

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie mécanique

# CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION DES INTERFACES D'ISOLATION VIBRATOIRE

Mémoire de maîtrise en génie  
Spécialité : génie mécanique

Sarra DEMNI

Évaluateurs : Nouredine ATALLA (directeur)  
Patrice MASSON  
Olivier DOUTRES



# Résumé

L'utilisation des isolateurs vibratoires est largement répandue dans l'industrie, avec des applications allant des machines industrielles aux voitures, en passant par les avions et les hélicoptères. Ces isolateurs permettent de limiter les niveaux de vibration transmis d'une source de vibration (pompe hydraulique, ventilateur, moteur en rotation...) à une structure de réception (le sol, un fuselage d'avion, un châssis de voiture...).

Ce projet de maîtrise porte sur la caractérisation de ces liens mécaniques à travers la mesure de leur raideur dynamique. Il s'agit de mesurer une partie ou la totalité de la matrice de raideur complexe de l'isolateur. Les approches existantes et les résultats obtenus sont d'abord passés en revue. Un problème unidimensionnel est ensuite considéré suivant une matrice de test expérimental au sein du laboratoire. De plus, l'effet de l'augmentation du nombre de degrés de liberté est étudié en alimentant une matrice de raideur complète 3D. Les avantages et les limites sont discutés en termes de précision d'ingénierie et d'exigences expérimentales.

Les mesures de raideur dynamique sont par la suite validées à travers leur implantation dans les approches d'analyse du chemin de transfert TPA pour des cas de test académiques et réels. Une comparaison entre les différentes méthodes TPA est finalement discutée.

## **Mots-clés:**

Isolateur vibratoire, mesure expérimentale, raideur dynamique, méthode d'analyse des chemins de transfert, méthode inverse, force bloquée, vitesse libre.

# Dédicaces

Je dédie ces pages de mémoire de maîtrise aux personnes les plus chères et spéciales dans ma vie, à ceux qui ont toujours été là pour moi, à tous les membres de ma famille pour la confiance et l'encouragement qu'ils m'ont prodigués tout au long de mon cursus scolaire et universitaire.

Je leur dédie ce travail, en témoignage de mon amour sincère et fidèle et avec mes vœux les plus distingués de bonheur, de réussite et de sérénité.

# Remerciements

Je tiens également à exprimer ma reconnaissance illimitée à tous les intervenants qui ont aidé à la rédaction de ce mémoire par leurs conseils, leurs critiques constructives et leur soutien moral.

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à:

- Mon directeur de recherche Nouredine ATALLA pour la confiance qu'il m'a donnée à travailler sur ce sujet et pour son précieux encadrement durant les deux ans de maîtrise.
- Mes co-superviseurs Olivier ROBIN, Olivier DOUTRES et Raef CHERIF, pour les aides et les conseils qu'ils n'ont cessé de me fournir.
- Les partenaires industriels du projet qui ont cru en mes compétences et m'ont accepté parmi eux pour travailler dans ce sujet de recherche.

Je tiens à remercier ainsi les membres du jury pour la lecture de mon mémoire et pour les remarques qu'ils m'adresseront lors des corrections.

Je voudrais par la même occasion exprimer ma gratitude à tous mes honorables enseignants et professeurs qui ont participé à ma formation de base et m'ont permis d'atteindre ce niveau.

Enfin, je réitère une fois de plus, mes remerciements les plus vifs à mes chers parents auxquels je serai bien reconnaissante durant toute ma vie, et mes amis qui m'ont aidée à surmonter beaucoup de difficultés.

À tous ces intervenants, je présente mes hommages, mon respect et ma gratitude.



# Liste des symboles

Symbole	Définition
$\omega$	Pulsation
$H_{ij}$	Fonction de réponse en fréquence
$u_i$	Réponse en accélération/ vitesse/ déplacement au point i
$M, A, C$	Mobilité, accélération, compliance
$v, a, x$	Vitesse, accélération, déplacement
$Z$	Impédance
$[T]$	Matrice de transfert
$k$	Raideur
$F$	Force
$c$	Amortissement
$m$	Masse
$[ \ ]$	Matrice
$P_{dissp}$	Energie dissipée
$\eta$	Coefficient d'amortissement
$\pi$	Puissance
$\rho$	Masse volumique
$\langle v_R^2 \rangle$	Vitesse quadratique moyenne

## Liste des acronymes

<b>Acronyme</b>	<b>Définition</b>
<b>FRF</b>	Frequency Response Function
<b>TPA</b>	Transfer Path Analysis
<b>CB-TPA</b>	Component Based Transfer Path Analysis
<b>SEA</b>	Statistical Energy Analysis
<b>SA</b>	Structural Attenuation
<b>1D</b>	Uni-dimensionnel
<b>3D</b>	Tri-dimensionnel
<b>UdeS</b>	Université de Sherbrooke
<b>ÉTS</b>	École de Technologie Supérieure
<b>GAUS</b>	Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke
<b>NSERC</b>	Natural Sciences and Engineering Research Council
<b>CARIC</b>	Consortium for Aerospace Research and Innovation in Canada
<b>CRIAQ</b>	Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec



# TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE .....	2
1.1. Contexte du projet .....	2
1.2. Cadre de référence .....	3
1.3. Problématique de recherche .....	3
1.4. Objectifs .....	5
État de l'art .....	8
2.1. Notions de base en transmission vibratoire .....	8
2.2. Méthode de quadripôles .....	11
2.3. Caractérisation des isolateurs vibratoires .....	14
2.4. Méthodes d'analyse du chemin de transfert (TPA) .....	21
2.5. Conclusions .....	28
CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DES ISOLATEURS DE VIBRATION .....	29
3.1. Théorie .....	29
3.2. Mesure de la raideur dynamique uni-axiale .....	30
3.3. Mesure de la raideur dynamique triaxiale .....	39
3.4. Conclusions .....	42
Prédiction de la transmission de vibration par les méthodes CB-TPA .....	43
4.1. Système académique 1 : Double plaque .....	43
4.2. Système académique 2 : Plaque encastree sur les bords .....	46
4.3. Système 3 : Source artificielle connectée à une plaque simplement supportée .....	58
4.4. Conclusion .....	66
Conclusion générale .....	68
5.1. Conclusion .....	68
5.2. Perspectives : .....	69

# LISTE DES FIGURES

Figure 1: Exemple d'isolateurs utilisés dans différentes industries (Waard, 2009), (Boriss07, 2008) .....	4
Figure 2: Schématique globale du système académique .....	6
Figure 3: Amplitude de la vitesse par unité de force en fonction de la fréquence d'un système masse-ressort-amortisseur .....	10
Figure 4: Exemple de structure pour laquelle on désire calculer la matrice de transfert .....	11
Figure 5: Configuration de test de mobilité. À gauche configuration verticale. À droite configuration horizontale (B. A. Campolina, Atalla, Dauchez et Neple, 2012a) .....	13
Figure 6: Différentes configurations pour la mesure de la raideur 1D .....	14
Figure 7: Exemple d'isolateurs de vibration utilisé en aéronautique .....	15
Figure 8: Deux structures liées par un isolateur (Wang et Maxon, 2010) .....	16
Figure 9: A gauche : schéma du test de plaque de réception (H. Y. Lai, 2012) modifiée. À droite : Emplacement des accéléromètres et des points d'excitation (H. Y. Lai, 2012) .....	19
Figure 10: Décomposition d'un système en TPA .....	22
Figure 11: Exemple de montage contenant un isolateur pour lequel on désire mesurer la raideur dynamique .....	29
Figure 12: Structure rigide utilisée dans les bancs de test .....	30
Figure 13: Modes de vibration du bloc de marbre .....	31
Figure 14: Méthode de calcul du facteur d'amortissement modal .....	32
Figure 15: Exemple de bruit de fond mesuré .....	33
Figure 16: Illustration de la position de la tête d'impédance .....	34
Figure 17: Exemple de cohérence d'entrée pour une configuration verticale avec pot vibrant .....	34
Figure 18: Détermination du déphasage .....	35
Figure 19: Comparaison de la taille des isolateurs testés .....	36
Figure 20: Comparaison de la raideur dynamique de 3 types d'isolateurs de vibration (les isolateurs (d), (e) et (f)) .....	36
Figure 21: Raideur dynamique de l'isolateur type (b) mesurée avec les 3 configurations .....	37
Figure 22: Isolateurs type (b) ayant différents âges .....	38
Figure 23: Effet du vieillissement sur un isolateur en caoutchouc .....	38
Figure 24: Raideur dynamique axiale de l'isolateur type (g) .....	39
Figure 25: Illustration de la mesure triaxiale de l'isolateur de type (b) .....	40
Figure 26: Matrice de raideur dynamique triaxiale de l'isolateur (b) .....	40
Figure 27: Matrice de raideur dynamique triaxiale de l'isolateur (a) .....	41
Figure 28 : Système académique 1 .....	43
Figure 29: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur .....	44
Figure 30: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ .....	45
Figure 31: Système académique 2 .....	47
Figure 32: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur dynamique $k_{ij} \neq 0$ pour tout $i, j$ .....	47
Figure 33: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur dynamique avec $k_{ij} = 0$ pour $j \neq 3$ .....	48
Figure 34: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur dynamique avec $k_{ij} = 0$ pour $i = j$ .....	48

Figure 35: Emplacement des points de mesure .....	49
Figure 36: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode inverse.....	50
Figure 37: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de force bloquée .....	51
Figure 38: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de vitesse libre .....	52
Figure 39: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ .....	53
Figure 40: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ avec un couplage faible ....	54
Figure 41: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ avec un nombre d'indicateur égal à 4 .....	55
Figure 42: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ sans régularisation .....	56
Figure 43: Montage de la mesure acoustique. À droite : Position du microphone dans la cavité .....	56
Figure 44: Réponse acoustique calculée par la méthode In Situ .....	57
Figure 45: Réponse acoustique calculée par la méthode de raideur dynamique.....	57
Figure 46: réponse acoustique calculée par la méthode de la force bloquée .....	57
Figure 47: Système 3 : Source artificielle .....	58
Figure 48: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 400 Hz (1 actionneur).....	60
Figure 49: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 800 Hz (1 actionneur).....	60
Figure 50: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 400 Hz (2 actionneurs).....	61
Figure 51: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 800 Hz (2 actionneurs).....	61
Figure 52: Position des capteurs et emplacement de la source .....	62
Figure 53: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ pour 400 Hz (1 actionneurs sans isolateur) .....	63
Figure 54: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ pour 800 Hz (1 actionneurs sans isolateur) .....	63
Figure 55: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode inverse pour 400 Hz (1 actionneurs sans isolateur) .....	64
Figure 56: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode inverse pour 800 Hz (1 actionneurs sans isolateur) .....	64
Figure 57: Suspension de la source .....	65
Figure 58: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode des vitesses libres pour 800 Hz (1 actionneur sans isolateur) .....	65
Figure 59: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode des vitesses libres pour 800 Hz (1 actionneur avec isolateur).....	65

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1: Mobilité des montages .....	9
Tableau 2: Formules de la mobilité pour des systèmes masse, ressort et amortisseur simples .....	10
Tableau 3: Modes et amortissement de la structure rigide .....	32
Tableau 4: Sources de vibration artificielles.....	59



# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

### 1.1. Contexte du projet

Les éléments mécaniques comme les moteurs, pompes et vérins sont présents et essentiels dans de nombreuses structures mécaniques, allant des plus simples appareils électroménagers (lave-vaisselle, machine à laver, réfrigérateur...) aux véhicules les plus développés et les plus compliqués (motos, voitures, trains, avions et hélicoptères). Ces éléments produisent généralement des vibrations indésirables sur une large bande de fréquence.

Les isolateurs vibratoires sont des composants mécaniques largement utilisés dans la plupart des industries. Ils sont composés de matériaux qui absorbent et dissipent l'énergie vibratoire des ondes mécaniques. Ils servent à limiter la transmission des vibrations à travers la structure. Ils permettent, par la suite, d'assurer le confort et d'affaiblir, voire éliminer le bruit des machines. La transmission d'énergie mécanique à travers ces isolateurs doit être étudiée afin de limiter le transfert des vibrations.

En aéronautique, l'isolation vibratoire est un sujet très répandu dans la recherche scientifique car elle est d'une grande importance. En effet, des normes internationales très exigeantes sont imposées aux constructeurs de véhicules de transport aéronautique tels que les avions et les hélicoptères.

Dans cette perspective, vient ce projet de maîtrise qui traite de la caractérisation des interfaces d'isolation vibratoire dans des structures aéronautiques en se basant sur des méthodes et techniques d'ingénierie.

## 1.2. Cadre de référence

Ce projet de maîtrise fait partie du projet de recherche CRIAQ/CARIC ENV-1605 qui se déroule dans le cadre d'une collaboration entre l'université de Sherbrooke « UdeS », l'école de technologie supérieure « ÉTS », les compagnies : Bell, Bombardier, Parker Aerospace, sous l'égide des deux consortiums : Consortium for Aerospace Research and Innovation in Canada « CARIC » et Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec « CRIAQ » et le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie « CRSNG »,

Cette maîtrise de type recherche s'est déroulée principalement au sein du laboratoire de recherche du Groupe d'acoustique de l'Université de Sherbrooke « GAUS », sous la direction du professeur Nouredine ATALLA.

## 1.3. Problématique de recherche

### 1.3.1. Problématique technologique

La transmission des vibrations à l'intérieur d'une cabine d'avion ou d'hélicoptère peut affecter le confort des passagers, augmenter le niveau d'exposition au bruit et diminuer la capacité de communication, voir par exemple (Ozcan et Nemlioglu, 2006) et (Spence, Michel et Smith, 2014). Ces vibrations indésirables peuvent être fortement atténuées en améliorant les spécifications et la conception des systèmes vibrants, des structures de réception et des interfaces qui les relient.

Le facteur majeur qui empêche de concevoir un système d'isolation efficace est la mauvaise connaissance des sources de vibration et des interfaces intervenant dans sa transmission. En effet, les systèmes d'isolation doivent être conçus suivant des spécifications précises, par des sous-traitants, qui ont rarement accès à la structure finale.

Ces spécifications sont définies par les fabricants d'avions et d'hélicoptères, qui ont souvent connaissance de la structure complète uniquement sous forme numérique. Ces constructeurs développent des outils leur permettant de définir un cahier des charges spécifiant un niveau

vibratoire à respecter sur la structure et testent les isolateurs et les valident après fabrication. Le problème concret est de faire le lien entre les manufacturiers d'isolateurs vibratoires, les fournisseurs des systèmes mécaniques et le cahier des charges provenant du constructeur aéronautique.

Une bonne caractérisation des sources de vibration, des éléments d'isolation, ainsi que de la structure réceptrice, peut améliorer la prédiction du niveau de vibration transmise, faciliter la conception des isolateurs et guider les recherches réalisées dans ce domaine.

### 1.3.2. Problématique scientifique

De nombreuses méthodes et techniques de caractérisation des isolateurs vibratoires ont été développées afin de maîtriser ces éléments et de les exploiter d'une manière optimale. Le choix de la meilleure méthode présente un défi scientifique puisque ces éléments ne sont pas tous similaires. En effet, ils présentent une grande variété en termes de dimensions, de poids et de caractéristiques statique et dynamique comme le montre la Figure 1. Leur réponse peut être ainsi modifiée en fonction des structures sur lesquelles ils sont montés.



Figure 1: Exemple d'isolateurs utilisés dans différentes industries (Waard, 2009), (Borish07, 2008)

De plus, de nombreuses méthodes de caractérisation des isolateurs vibratoires considèrent uniquement l'axe principal de l'isolateur, mais rarement une excitation et une mesure multiaxiales. Ceci implique les degrés de translation mais aussi de rotation. L'étude des caractéristiques multiaxiales de l'isolateur nécessite une connaissance de tous les facteurs qui entrent en jeu, comme le couplage entre les chemins de transfert, le couplage entre les axes, la



symétrie du système dans certains axes, la linéarité de la réponse vibratoire... Tous ces facteurs doivent être rigoureusement examinés afin de caractériser les plots correctement.

## 1.4. Objectifs

### 1.4.1. Objectif général

Ce projet a pour objectif global de mettre en œuvre les méthodes et outils de caractérisation des interfaces d'isolation vibratoire afin de définir les méthodes pertinentes pour la prédiction des vibrations transmises dans une structure d'avion ou d'hélicoptère. Dans ce projet, on s'intéresse surtout à l'interface d'isolation et ses caractéristiques, mais on doit tenir compte de la nature de la source et de la structure réceptrice. En effet, un même isolateur se comporte différemment selon l'excitation appliquée et les caractéristiques de la structure de réception.

### 1.4.2. Objectifs spécifiques

Afin d'atteindre cet objectif, plusieurs étapes de compréhension et d'identification des systèmes étudiés sont nécessaires, et détaillées ci-dessous.

- **Définir les méthodes de caractérisation de la transmission vibratoire disponibles dans la littérature**

Une étude bibliographique est réalisée afin de comprendre la complexité du problème et les difficultés qui peuvent être rencontrées. Cette étude inclut les diverses méthodes numériques et expérimentales de caractérisation des transmissions de vibration et des isolateurs.

- **Développer et valider une méthode de caractérisation des liens mécaniques.**

C'est la tâche centrale du projet de maîtrise. Les méthodes de caractérisation des isolateurs vibratoires étudiées sont comparées afin d'en choisir une qui est la plus adéquate pour ce projet. Cette méthode sera ensuite utilisée pour mesurer la matrice de raideur dynamique de plusieurs types d'isolateurs et vérifier les différentes hypothèses de simplification permises dans notre cas. En effet, la matrice complète est complexe à calculer, l'objectif est donc de trouver la

forme la plus simple et la plus adaptée à chaque problème (par exemple une matrice diagonale ou un vecteur).

- **Étudier l'influence du nombre de degrés de liberté à l'interface (taille de la matrice d'impédance) sur la caractérisation de l'isolateur.**

Dans cette étape on cherche à simplifier la matrice de raideur afin de diminuer le temps de calcul des propriétés de l'isolateur tout en restant dans les normes. Pour ce faire, on commence par mesurer des matrices de petite taille pour un système présentant un degré de liberté. Par la suite, on effectue des mesures dans des cas plus complexes pour une transmission sur les 3 degrés de libertés en déplacement. Finalement, on compare les résultats obtenus afin de saisir l'importance de la mesure de cette matrice complète et les hypothèses adoptées qui permettent de la réduire.

- **Appliquer ces outils sur des systèmes académiques simples**

La Figure 2 présente une schématisation d'un système de transmission de vibration réel. Dans ce projet, des systèmes simples et représentatifs des cas réels ont été conçus afin de valider les méthodes de caractérisation des isolateurs au sein du laboratoire. Chaque montage contient une source de vibration et une structure de réception liées par des liens mécaniques.

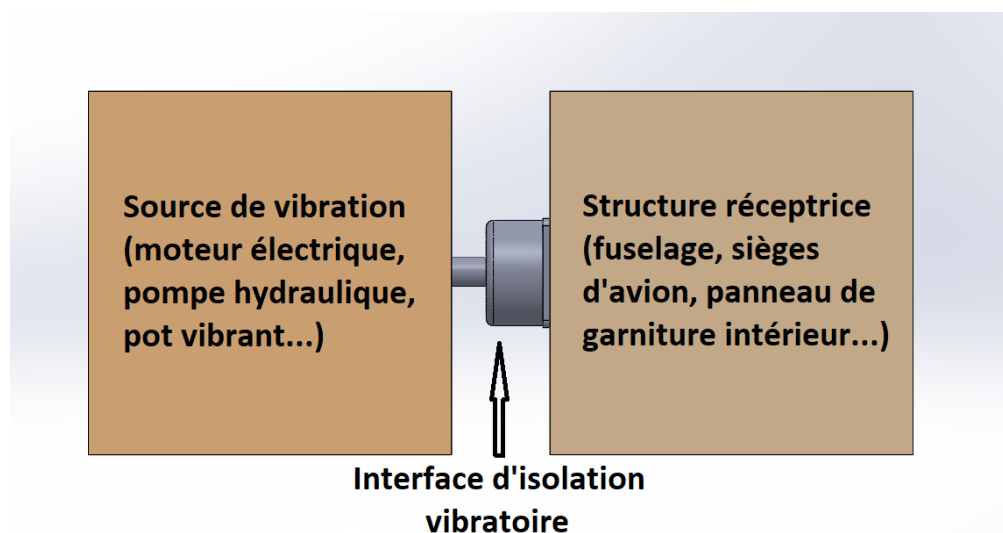


Figure 2: Schématisation globale du système académique

Les méthodes de caractérisation identifiées sont appliquées pour ces systèmes dans le but de les valider expérimentalement.

Deux systèmes ont été conçus et testés au laboratoire GAUS de l'Université de Sherbrooke et les validations finales ont été faites sur un système développé à l'ÉTS.

L'objectif final est de développer, par la suite, une description détaillée du mécanisme de transmission des vibrations vers la structure de réception.

## CHAPITRE 2

### État de l'art

#### 2.1. Notions de base en transmission vibratoire

##### 2.1.1. Introduction

Pour étudier les caractéristiques dynamiques d'une structure soumise à une excitation mécanique, plusieurs modèles théoriques et expérimentaux peuvent être employés. Ils servent à prédire le comportement de la structure dû à une excitation donnée. Ces modèles permettent de simplifier et de standardiser l'étude des systèmes les plus compliqués.

Dans les travaux classiques, les structures mécaniques souples sont généralement modélisées par un système masse ressort amortisseur. Ce type de modélisation simplifiée permet d'avoir une bonne prédiction de leur comportement dans le domaine des basses fréquences et pour des structures simples. D'autres modèles de complexité variables ont été proposés pour les structures complexes, qui servent à améliorer la précision des résultats dans de plus larges bandes de fréquences. Le choix de la méthode d'analyse adoptée dépend de l'application et détermine la pondération entre la complexité du modèle et la précision des résultats.

Afin de bien comprendre les différentes techniques de modélisation des systèmes mécaniques, les notions de base sont tout d'abord définies dans ce chapitre.

##### 2.1.2. Notions de fonction de réponse en fréquence FRF

La mobilité d'entrée  $M(\omega)$  est définie comme étant l'aptitude d'une structure de répondre à une force par une vitesse (Wiskin, Borup et Johnson, 1998). Elle présente le rapport de l'amplitude complexe de la vitesse  $v(\omega)$  sur la force  $F(\omega)$  au point d'excitation (Wiskin et al., 1998); elle est donnée par l'équation (2.1) :

$$M(\omega) = \frac{v(\omega)}{F(\omega)}, \quad (2.1)$$

$\omega$  étant la fréquence angulaire de vibration (rad/s).

Par dérivation de la quantité au numérateur (Bruel et Kjaer, 1988), on obtient l'accélération  $A(\omega)$  qui est le rapport de l'accélération  $a(\omega)$  sur la force  $F(\omega)$  :

$$A(\omega) = \frac{a(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.2)$$

La compliance  $C(\omega)$  est le rapport du déplacement  $x(\omega)$  sur la force  $F(\omega)$

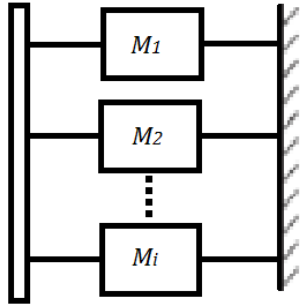
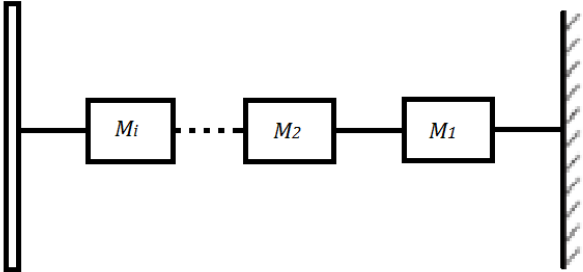
$$C(\omega) = \frac{x(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.3)$$

La notion d'impédance, notée  $Z(\omega)$ , est souvent utilisée. Elle représente simplement l'inverse de la mobilité, soit :

$$Z(\omega) = \frac{F(\omega)}{v(\omega)} = \frac{1}{M(\omega)}. \quad (2.4)$$

Selon le montage considéré, on peut déterminer la mobilité totale  $M$  d'une structure composée d'un assemblage de plusieurs éléments (Tableau 1) :

Tableau 1: Mobilité des montages

Montage en parallèle	Montage en série
	
$\frac{1}{M} = \sum \frac{1}{M_i}$	$M = \sum M_i$

Dans le Tableau 1,  $M_{i=1..n}$  désigne la mobilité d'un élément  $i$  et  $M$  la mobilité totale.

### 2.1.3. Modèle masse, ressort et amortisseur

Pour des éléments simples, la mobilité est obtenue à travers leurs propriétés physiques et peut être mesurée facilement. Dans le *Tableau 2*, on cite des exemples de la mobilité de quelques

éléments de base.  $m$ ,  $k$  et  $c$  désignent respectivement la valeur de la masse, de la raideur et du facteur d'amortissement.

Tableau 2: Formules de la mobilité pour des systèmes masse, ressort et amortisseur simples

Élément	Masse	Ressort	Amortisseur visqueux
Mobilité	$M_m = \frac{1}{i\omega m} = -\frac{i}{\omega m}$	$M_k = \frac{i\omega}{k}$	$M_c = \frac{1}{c}$

La mobilité théorique d'un système masse-ressort-amortisseur présente des asymptotes typiques: suivant la valeur de la masse pour les hautes fréquences, et suivant la valeur de la raideur dans les basses fréquences. La valeur de l'amortissement joue principalement un rôle important à la fréquence de résonance. La Figure 3, présentant la mobilité en fonction de la fréquence angulaire illustre ces 3 domaines. Dans cette figure, on a choisi 3 valeurs différentes de raideurs  $k_i$ , 3 valeurs de la masse  $m_i$  et 2 valeurs d'amortissement  $c_i$ .

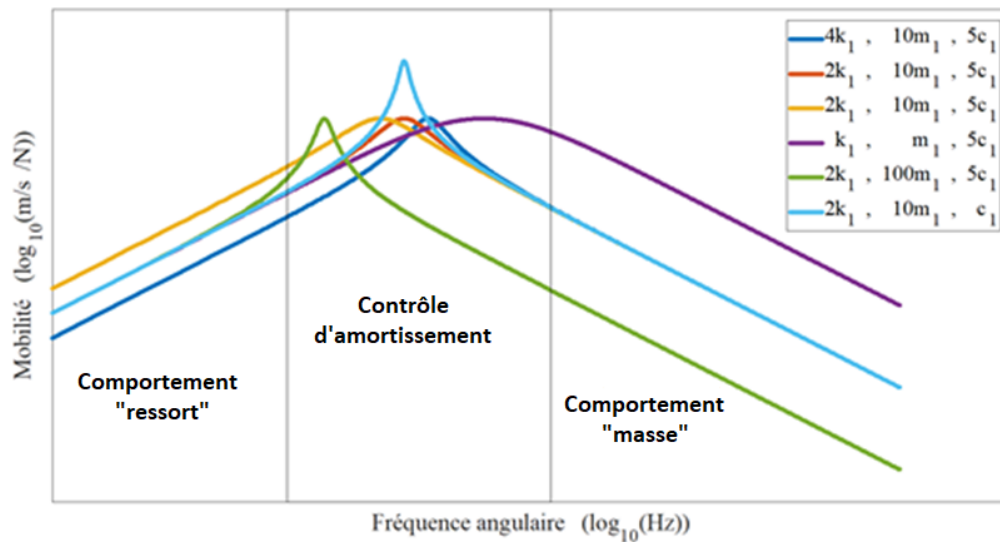


Figure 3: Amplitude de la vitesse par unité de force en fonction de la fréquence d'un système masse-ressort-amortisseur

## 2.2. Méthode de quadripôles

### 2.2.1. Principe de base

Dans la réalité, on accède rarement à la mobilité de la globalité de la structure, mais à des points de mesure discrets. Dans ce cas, on parle de matrice de mobilité  $[\mathbf{M}]$  dont les composants sont calculés en appliquant l'équation (2.5) :

$$M_{ij} = \frac{v_i}{F_j} \quad (2.5)$$

où  $v_i$  est la vitesse vibratoire mesurée en un point  $i$  et  $F_j$  la force appliquée en un point  $j$ .

Pour obtenir l'impédance, il faut inverser la matrice de mobilité  $[\mathbf{Z}] = [\mathbf{M}]^{-1}$  et non pas ses composantes, c'est-à-dire que  $Z_{ij} \neq M_{ij}^{-1}$ .

Lorsqu'on parle de mobilité entre deux structures, on peut utiliser une autre modélisation de la transmission vibratoire, elle est présentée par la matrice de transfert  $[\mathbf{T}]$  entre la source de vibration et la structure réceptrice :

$$\begin{bmatrix} F_s \\ v_s \end{bmatrix} = [\mathbf{T}] \cdot \begin{bmatrix} F_r \\ v_r \end{bmatrix}$$

La Figure 4 illustre les positions des vecteurs  $F_s$  et  $v_s$  du côté source, et  $F_r$  et  $v_r$  du côté structure de réception.

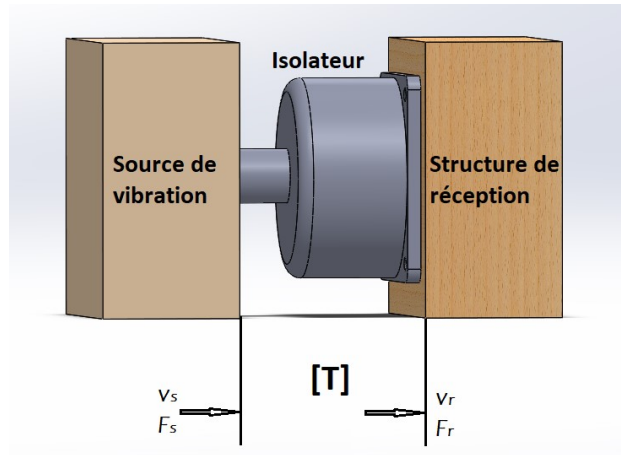


Figure 4: Exemple de structure pour laquelle on désire calculer la matrice de transfert

La matrice de transfert est exprimée dans l'équation (2.6)

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{F_s}{F_r} \right|_{v_r=0} & \left. \frac{F_s}{v_r} \right|_{F_r=0} \\ \left. \frac{v_s}{F_r} \right|_{v_r=0} & \left. \frac{v_s}{v_r} \right|_{F_r=0} \end{bmatrix} \text{ tel que } \begin{bmatrix} v_s \\ F_s \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} v_r \\ F_r \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Dans l'équation (2.6),  $v_s$  et  $v_r$  sont respectivement les vitesses mesurées sur la source et la structure de réception, et  $F_s$  et  $F_r$  sont respectivement les forces mesurées sur la source et la structure de réception. On peut noter que les termes  $T_{11}$  et  $T_{21}$  présentent les rapports pour une structure de réception fixe, soit  $v_r = 0$ . Les termes  $T_{12}$  et  $T_{22}$  correspondent quant-à-eux, aux rapports pour une structure de réception libre permettant d'avoir une force de réaction nulle, soit  $F_r = 0$ .

### 2.2.2. Intérêts pratiques

La mesure de la mobilité (ou de matrices de transfert) permet de :

- Identifier les fréquences de résonance afin de les éviter et protéger la structure.
- Déterminer des caractéristiques des matériaux ou de la structure comme la rigidité, la masse ou l'amortissement mais selon certaines limites et gammes fréquentielles.
- Recaler les modèles mathématiques (comme dans la méthode des éléments finis) (Bruehl, Kjaer, 1988)

### 2.2.3. Mesure expérimentale et instrumentation

Afin de mesurer la réponse dynamique de la structure étudiée, on réalise un montage expérimental, horizontal ou vertical, comme par exemple celui de la Figure 5.



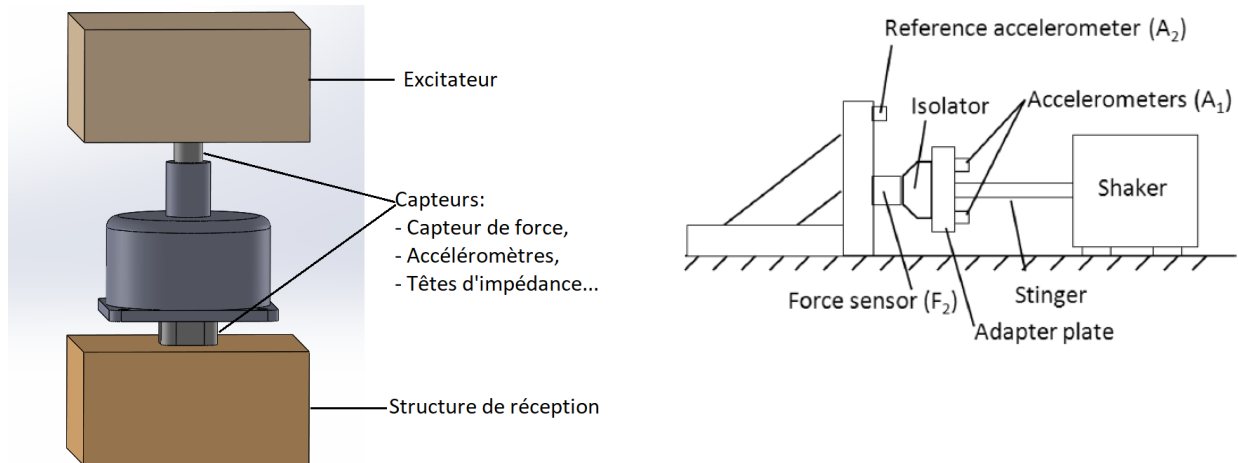


Figure 5: Configuration de test de mobilité. À gauche configuration verticale. À droite configuration horizontale (B. A. Campolina, Atalla, Dauchez et Neple, 2012a)

La structure de réception est maintenue de façon à assurer les conditions aux limites de son environnement de fonctionnement (par exemple pour une structure libre, soit on la place sur une base très souple, soit on la suspend à l'aide d'une corde élastique et très souple). L'excitateur peut être un marteau d'impact muni d'un capteur de force intégré ou bien un pot vibrant. Le choix de l'excitateur est un facteur très important dans la qualité de mesure. En effet, un marteau d'impact permet une sollicitation rapide et simple sur une large bande de fréquence, contrairement au pot vibrant qui coûte plus cher mais permet de choisir le mode d'excitation (excitation tonale, bruit blanc...).

Il faut aussi le maintenir de telle sorte qu'il respecte des conditions aux limites de la structure. Dans le papier de (B. Campolina, Atalla, Dauchez et Neple, 2012), ils décrivent les différentes configurations possibles pour mesurer la raideur dynamique d'un isolateur pour des problèmes 1D. La Figure 6 présente les trois configurations principales qui peuvent résumer les manipulations effectuées utilisant comme excitation un marteau d'impact ou un pot vibrant.

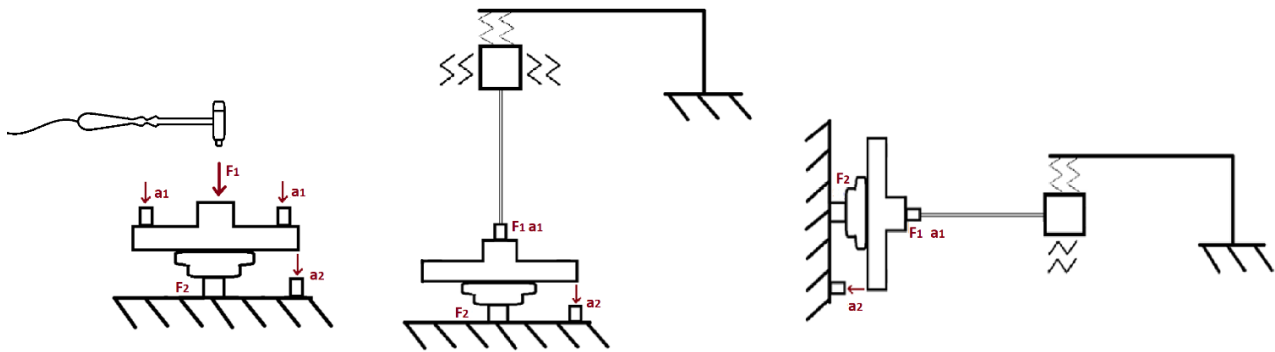


Figure 6: Différentes configurations pour la mesure de la raideur 1D

Les transducteurs utilisés en grande majorité sont des capteurs de forces et des accéléromètres piézoélectriques. Ils transforment le mouvement en un signal électrique proportionnel à la charge appliquée grâce à la loi de Newton. Les transducteurs ne doivent pas influencer sur les résultats de mesure et il faut idéalement tenir compte de leur masse ajoutée sur la structure et de leur fréquence de résonance qui doit être très supérieure au domaine de fréquence étudié.

## 2.3. Caractérisation des isolateurs vibratoires

Les informations sur la performance des isolateurs données par les constructeurs ne sont pas valides pour tous les comportements dynamiques et sont surtout caractérisées selon un protocole donné comme la norme ISO 10846-2 :1997(F). C'est pourquoi on utilise également des méthodes de calcul tenant compte des propriétés non linéaires de l'élastomère.

### 2.3.1. Considérations à prendre en compte pour la spécification des isolateurs

En plus d'être dépendant de la source de vibration et de sa structure de réception, le comportement d'un isolateur du type de ceux utilisés en aéronautique (comme celui présenté à la Figure 7) dépend des conditions de fonctionnement. Son choix se base sur plusieurs facteurs. La fonction de transfert de l'isolateur doit être calculée dans des gammes de température pertinentes. Dans les basses températures (inférieures à la température de transition vitreuse), l'élastomère se comporte comme du verre amorphe, fragile et rigide. Le comportement

s'éloignera du domaine de plasticité dans les hautes températures (Weisbeck, 2008). De plus, un chargement important ou un chargement faible mais répétitif endommage l'élastomère de l'isolateur. La partie métallique a aussi sa limite de chargement élastique qui ne doit pas être dépassée. Les tests de fatigue doivent tenir compte de l'effet de la vitesse de répétition des événements sur le préchauffage de la structure (Weisbeck, 2008). La conception de l'isolateur et le type d'élastomère utilisé jouent un rôle important dans son choix. Par exemple, le silicone résiste beaucoup mieux au changement de température que le caoutchouc normal (Zmijevski, Weisbeck et Sanetick, 2009).



Figure 7: Exemple d'isolateurs de vibration utilisé en aéronautique

### 2.3.2. Modélisation par éléments finis ou SEA des isolateurs

Les modèles simplifiés ne peuvent pas donner une prédiction précise de la transmission vibratoire pour les hautes fréquences. Pour cela, on utilise des modèles numériques plus compliqués comme le modèle *finite element method* (FEM) qu'on va définir par la suite.

On définit la matrice de raideur dynamique  $[K]$  entre deux points de mesure  $i$  et pour un seul degré de liberté par l'équation (2.7) :

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Avec  $x_{i=1,2}$  le déplacement au point de mesure  $i$ .

Les termes qui composent la matrice sont déterminés expérimentalement ou à travers la matrice de transfert de l'équation (2.6) :

$$K_{11} = -\frac{1}{\omega^2} \frac{T_{22}}{T_{12}} ; K_{12} = -\frac{1}{\omega^2} \frac{T_{12} T_{21} - T_{11} T_{22}}{T_{12}} ; K_{21} = -\frac{1}{\omega^2} \frac{1}{T_{12}} ; K_{22} = -\frac{1}{\omega^2} \frac{T_{11}}{T_{12}}.$$

Le modèle déterministe permet de calculer des variables qui seront utilisées pour valider les différentes méthodes.

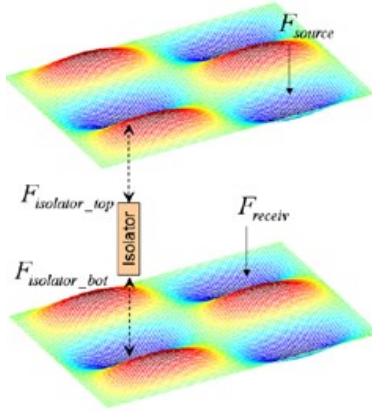


Figure 8: Deux structures liées par un isolateur (Wang et Maxon, 2010)

La Figure 8 présente un isolateur positionné entre une structure qui agit comme source de vibration et une structure de réception. La matrice de rigidité dynamique complète est affectée par la rigidité des structures source  $K_{source}$  et réceptrice  $K_{receiv}$  et est présentée par l'équation (2.8).

$$\begin{bmatrix} K_{source} + K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{receiv} + K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{source} \\ X_{receiv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{source} \\ F_{receiv} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

On définit la transmissibilité comme le rapport du déplacement de la structure de réception sur celui de la source de vibration. Pour une force exercée seulement par la source, on calcule la transmissibilité à partir de l'équation (2.9):

$$T = \left| \frac{X_{receiv}}{X_{source}} \right| = \left| \frac{K_{21}}{K_{receiv} + K_{22}} \right|. \quad (2.9)$$

On peut aussi exprimer l'atténuation de la transmission vibratoire à travers la structure, en anglais *Structural Attenuation SA* donnée par l'équation (2.10)

$$SA = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{T} \right). \quad (2.10)$$

La méthode SEA consiste à modéliser un système complexe par un assemblage de sous-systèmes couplés qui peuvent recevoir, dissiper et transférer de l'énergie vibratoire. La source de vibration  $i$ , l'isolateur  $k$  et la structure réceptrice  $j$  peuvent être considérés comme des sous-systèmes qu'on cherche à étudier séparément.

L'énergie dissipée par un isolateur vibratoire, proportionnelle à son énergie de vibration, est donnée par l'équation (2.11) (B. A. Campolina, Atalla, Dauchez et Neple, 2012b):

$$P_{k,diss} = \eta_k \cdot \omega \cdot m_k \cdot v_i^2. \quad (2.11)$$

Avec  $P_{k,diss}$  : l'énergie dissipée dans l'isolateur  $k$ ,

$\eta_k$  : le facteur de perte interne de l'isolateur  $k$ ,

$m_k$  : masse de l'isolateur  $k$ ,

$v_i$  : vitesse de vibration de la source  $i$ .

Le principe de la méthode SEA consiste à calculer le facteur de perte couplé  $\eta_{ij}$  entre les sous-structures source de vibration  $i$  et structure de réception  $j$  (B. A. Campolina et al., 2012b) à l'aide de l'équation (2.12)

$$\eta_{ij} = \frac{\frac{\pi_i - \eta_i E_i}{\omega}}{E_i - \frac{n_i E_j}{n_j}}, \quad (2.12)$$

Avec  $\pi_i$  : la puissance de la source  $i$ ,

$n_i, n_j$  : la densité modale de la source et de la structure de réception respectivement.

Le facteur de perte est un paramètre important dans l'étude des isolateurs vibratoires, il est utilisé dans plusieurs méthodes telles que la méthode de la plaque de réception qui sera traitée plus tard dans la section 2.3.4.

### 2.3.3. Caractérisation par sous-structuration FEA

Cette méthode permet d'étudier des sous-structures séparées puis d'assembler les résultats afin d'évaluer le comportement dynamique du système couplé. Il s'agit de discrétiser le domaine en éléments finis de petite taille afin de pouvoir résoudre l'équation (2.13) assemblée à partir d'équations des matrices élémentaires, en tenant compte des conditions aux limites (Klerk, Rixen et Voormeeren, 2008) :

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}, \quad (2.13)$$

Avec  $[M]$  : la matrice de masse du système étudié,  $[K]$  : la matrice de rigidité,  $\{F\}$  : le vecteur force,  $\{X\}$  : le vecteur déplacement et  $\{\ddot{X}\}$  : le vecteur accélération.

L'hypothèse de comportement harmonique ( $\ddot{X} = -\omega^2 X$ ) permet de calculer la matrice de rigidité dynamique (Hidalgo, Nabarrete et Santos, 2011). Cette méthode est utilisée dans la caractérisation des isolateurs puisqu'elle permet, en déterminant les vitesses de vibration et les forces injectées dans les éléments discrétisés, d'évaluer le comportement dynamique de l'isolateur de forme assez compliquée. La méthode des éléments finis donne facilement des résultats précis pour les basses à moyennes fréquences. Si on veut utiliser cette méthode dans les hautes fréquences, on doit réduire considérablement la taille d'élément  $d$  utilisée dans le maillage.

La détermination de la dimension de l'élément  $d$  se fait de façon que l'onde soit bien représentée à travers les éléments. Pour cela, un élément linéaire ne doit pas dépasser 1/6 de la longueur d'onde de la plus haute fréquence, soit selon l'équation (2.14) :

$$6d = \lambda = \frac{c}{f_{lim}} = \frac{\sqrt{E/\rho}}{f_{lim}} \quad (2.14)$$

Avec  $d$  : taille du maillage (dimension d'un élément),  $\lambda$  : la longueur d'onde structurelle progressive,  $E$  : le module d'élasticité du matériau,  $\rho$  : la masse volumique du matériau,  $c$  : la célérité de la lumière dans ce matériau et  $f_{lim}$  : la plus haute fréquence du système.

#### 2.3.4. Méthode de la plaque de réception

La méthode de la plaque de réception est une méthode de caractérisation des sources vibratoires. Elle consiste à installer une source de vibration sur une plaque attachée sur ses bords à un cadre rigide (Figure 9).

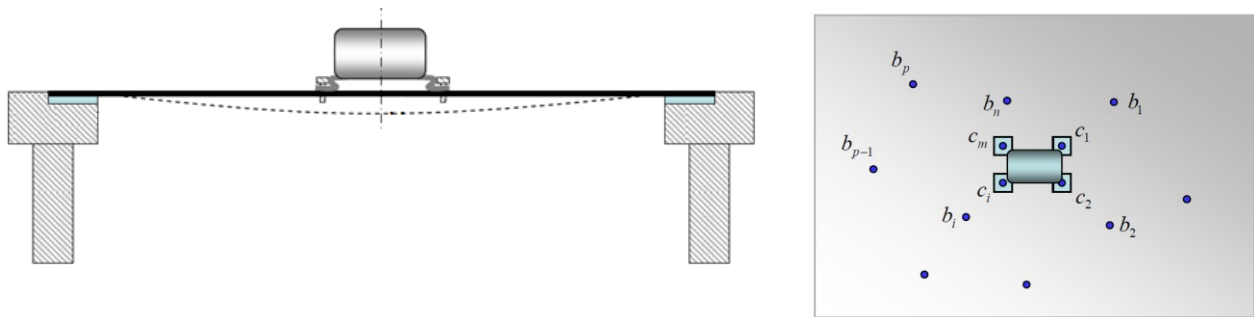


Figure 9: A gauche : schéma du test de plaque de réception (H. Y. Lai, 2012) modifiée. À droite : Emplacement des accéléromètres et des points d'excitation (H. Y. Lai, 2012)

Dans la Figure 9 (droite), les accéléromètres  $c$  sont placés aux points de fixation de la source alors que les accéléromètres  $b$  sont distribués sur la plaque de réception.

Les quantités suivantes doivent être mesurées consécutivement :

- La mobilité de la plaque de réception sur plusieurs points  $b$  en utilisant une excitation impulsionnelle à l'aide d'un marteau d'impact. Pour chaque impact au point  $b_i$ , on mesure une auto-mobilité et des mobilités de transfert entre  $b_i$  et  $b_j$
- La mobilité de transfert couplée entre les points  $b$  de la plaque et les points  $c$  de contact avec la source (on excite la plaque par un marteau d'impact et on mesure sur les points de contact)
- La réponse de la plaque à l'excitation vibratoire de la source.

La méthode de la plaque de réception se base sur le principe de conservation de puissance (H. K. Lai, Moorhouse et Gibbs, 2016) donné par l'équation (2.15) (la puissance fournie par la source est égale à la puissance dissipée par la plaque de réception) :

$$P^{Tot} = \frac{1}{2} Re(F_3 \cdot u_3^*) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N |v_{sf}|^2 \frac{Re(M_{Ri}^{\Sigma})}{|M_{Si}^{\Sigma} + M_{Ri}^{\Sigma}|^2} = \omega \eta_R m_R \langle v_R^2 \rangle. \quad (2.15)$$

Avec  $u_3 = M_R \cdot F_3$ .

$$F_3 = (M_S + M_R)^{-1} u_{libre}.$$

$N$  : le nombre de points de fixation de la source sur la plaque,

$v_{sf}$  : la vitesse libre de la source mesurée lorsqu'elle est libre en mouvement,

$M_{Ri}^{\Sigma}, M_{Si}^{\Sigma}$  : les mobilités effectives aux points de mesure  $i$  de la réception et de la source respectivement (Putra, Saari, Bakri, Ramlan et Dan, 2013)

$$M_i^{\Sigma} = M_i + \sum \frac{F_j}{F_i} M_{i,j},$$

$M_{i,j}$  : la mobilité de transfert entre le point  $i$  et le point  $j$ ,

$\eta_R$  : le facteur de perte de la plaque de réception,

$m_R$  : la masse de la plaque de réception,

$\langle v_R^2 \rangle$  : la vitesse quadratique moyenne de la plaque de réception.

Cette égalité est valide seulement si le champ réverbérant domine le champ direct dans la plaque, c'est l'hypothèse du champ vibratoire diffus.

On réalise généralement deux cas de mesure (Gibbs, Cookson et Qi, 2008):

- Plaque de réception à mobilité élevée comparée avec celle de la source  $M_{Ri}^{\Sigma} \gg M_{Si}^{\Sigma}$  qui permet de calculer  $\sum_{i=1}^N |v_{sf}|^2$ .
- Plaque de réception à faible mobilité  $M_{Ri}^{\Sigma} \ll M_{Si}^{\Sigma}$  qui permet de calculer  $M_{Si}^{\Sigma}$  connaissant  $\sum_{i=1}^N |v_{sf}|^2$  calculée précédemment.



La plaque de réception doit respecter certains critères. Son épaisseur  $h$  et les caractéristiques de son matériau sont calculées selon la mobilité d'une plaque infinie donnée par l'équation (2.16) (H. Y. Lai, 2011):

$$M_{\infty} = \frac{1}{8\sqrt{mB}} = \frac{1}{8h^2} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\rho E}}. \quad (2.16)$$

Avec  $m$  : la masse surfacique de la plaque de réception  
 $B, \nu, \rho, E$  : la rigidité de flexion, le coefficient de Poisson, la masse volumique et le module d'Young du matériau respectivement.

La surface de la plaque est déterminée afin d'obtenir une densité modale et un chevauchement modal permettant que la réponse vibratoire de la plaque soit considérée réverbérante. La densité modale de la plaque mince est calculée par l'équation (2.17) (H. Y. Lai, 2011)

$$n(\omega) = \frac{S}{2} \sqrt{\frac{m}{B}}. \quad (2.17)$$

Avec  $S$  : Surface de la plaque de réception.

La forme de la plaque affecte considérablement son comportement vibratoire. Plusieurs formes de plaques de réception ont été utilisées dans les recherches scientifiques qui sont conçues spécialement pour chaque cas.

La méthode de la plaque de réception ne considère pas tous les degrés de liberté de l'espace, elle tient compte seulement de la composante perpendiculaire au plan de la plaque. Cette méthode est très utile lorsqu'on a un grand nombre de points de contact (pour un contact surfacique ou linéaire il suffit de discrétiser le domaine afin d'avoir des points distincts). Elle peut aussi être utilisée pour caractériser les isolateurs vibratoires en comparant la réponse d'une source montée directement et d'une autre montée à travers un isolateur.

## 2.4. Méthodes d'analyse du chemin de transfert (TPA)

La méthode d'analyse du chemin de transfert « transfer path analysis (TPA) » est une méthode d'ingénierie qui décrit la transmission de vibration d'une composante active généralement

complexe vers une structure de réception passive en représentant la source par une force et une vitesse (déplacement/ accélération) à l'interface (Lohrmann, 2008).

### 2.4.1. Principe de la méthode

Le principe de cette méthode est de diviser l'ensemble {source, structure de réception} = {A,B} (Figure 10) et associer à chacun sa matrice de mobilité.

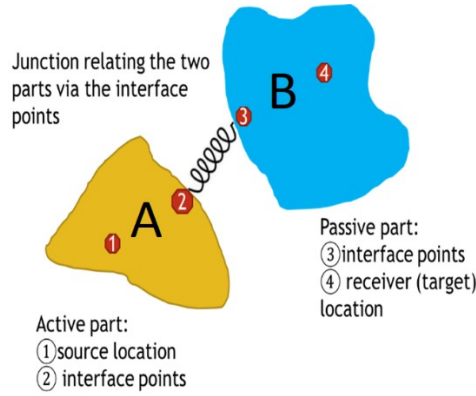


Figure 10: Décomposition d'un système en TPA

Ce système peut être décomposé en deux sous-systèmes :

- La partie active contenant la source au point 1 est liée au système au point 2.
- La partie passive dont on veut prédire la vibration au point 4 est connectée au système par le point 3 à travers l'interface.

L'interface ou la connexion entre ces structures peut être sous forme de plusieurs points, de liaison linéaire ou surfacique. Le désassemblage du système permet d'écrire une équation linéarisée de la relation entre l'entrée et la sortie présentée par l'équation matricielle (2.18).

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}^A & H_{12}^A & 0 & 0 \\ H_{21}^A & H_{22}^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{33}^B & H_{34}^B \\ 0 & 0 & H_{43}^B & H_{44}^B \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F_2^A \\ F_3^B \\ 0 \end{bmatrix} \right). \quad (2.18)$$

Avec  $F_2^A$ ,  $F_3^B$ ,  $u_2$  et  $u_3$  qui sont respectivement les forces d'interaction et les vitesses à l'interface et  $H_{ij}^k$  qui est la fonction de réponse en fréquence pour une force au point  $j$  et une réponse au point  $i$ ,  $k$  étant le système / sous-système étudié.

La condition de continuité impose que les points à l'interface ont la même vitesse et des forces opposées de direction, soit :  $u_2 = u_3$  et  $F_2^A = F_3^B = F_3$ , ce qui permet d'écrire :

$$H_{21}^A * F_1 - H_{22}^A * F_3 = H_{33}^B * F_3 \rightarrow F_3 = (H_{22}^A + H_{33}^B)^{-1} H_{21}^A * F_1$$

$$\Rightarrow u_4 = H_{34}^B * F_3 = H_{34}^B * (H_{22}^A + H_{33}^B)^{-1} H_{21}^A * F_1 \quad (2.19)$$

On en déduit la fonction de transfert globale reliant l'excitation  $F_1$  à la réponse  $u_4$  :  $H_{41}^{AB} = \frac{u_4}{F_1}$  :

$$H_{41}^{AB} = H_{34}^B * (H_{22}^A + H_{33}^B)^{-1} H_{21}^A. \quad (2.20)$$

On distingue plusieurs familles de méthodes TPA qui peuvent être divisées en quatre catégories :

- La famille des TPA classiques,
- La famille des TPA basées sur les composantes,
- La famille des TPA basées sur la transmissibilité,
- La famille des TPA opérationnelles.

Dans ce projet, on s'intéresse plutôt aux familles des TPA classiques et basées sur les composantes.

Toutes ces familles passent par des étapes communes qui permettent de calculer la vibration de la structure cible à travers les caractéristiques dynamiques du reste du système. Ces étapes sont indépendantes et peuvent être effectuées dans un ordre arbitraire:

- La mesure opérationnelle lorsque la partie active du système est en fonctionnement,
- La détermination des réponses du système à une excitation passive,
- L'identification des forces injectées à l'interface,

- Le calcul de la contribution de chaque chemin.

### 2.4.2. La TPA classique

Cette famille de méthodes a comme objectif d'identifier les principaux chemins de transfert et d'étudier la contribution de chacun dans la transmission de vibration. Elle consiste à chercher les forces d'interface en fonctionnement lorsque le système total est assemblé. Ces forces sont injectées au système passif afin de calculer leur contribution à la réponse dans les emplacements récepteurs.

$$u_4 = H_{43}^B \cdot F_3 \quad (2.21)$$

C'est une approche qui permet de garder les mêmes conditions aux limites et de chercher les forces d'interface sous des conditions de fonctionnement réelles. Selon la manière d'identifier la force d'interface, on peut distinguer 3 méthodes de TPA classique.

#### 2.4.2.1. Méthode directe

Cette méthode consiste à mesurer, lorsque possible, les forces opérationnelles d'interface, directement dans le système lorsqu'il est assemblé à travers des capteurs de force insérés à l'interface.

$$F_3 = F_{3_{mesurée}}^{AB} \quad (2.22)$$

Ces capteurs de force sont insérés entre le système passif et le système actif, il faut donc y avoir de la place pour les capteurs pour pouvoir appliquer cette méthode. Les capteurs doivent, en outre, être plus raides que les deux structures. La méthode directe, bien qu'elle soit la plus simple, n'est pratiquement pas utilisée à cause de la difficulté d'accéder aux interfaces dans la plupart des structures, le montage précontraint et complexe des capteurs.

#### 2.4.2.2. Méthode de raideur dynamique

Cette méthode met le point sur l'interface d'isolation montée entre les deux structures. On suppose que sa matrice de raideur dynamique est connue ou mesurable et on mesure les déplacements  $u_2$  et  $u_3$  autour de l'isolateur lorsque le système est assemblé et la source réelle est opérationnelle. L'équation (2.23) permet de calculer par la suite la force d'interface en fonctionnement :

$$F_3 = -\frac{1}{\omega^2} [K] * (u_2 - u_3) \quad (2.23)$$

La méthode des raideurs dynamique est facile à appliquer dans des systèmes complexes. Cependant, elle est rarement appliquée en pratique à cause de sa grande dépendance aux caractéristiques non linéaires de l'interface d'isolation (Thompson, van Vliet et Verheij, 1998).

#### 2.4.2.3. Méthode de la matrice inverse

La méthode TPA classique la plus répandue est la méthode inverse (Thite et Thompson, 2003) et (Thite et Thompson, 2003). Elle consiste à rajouter des points indicateurs  $u_{3b}$  sur la partie passive à proximité des points de connexion. Ces indicateurs permettent de calculer les forces bloquées d'interface à travers la pseudo-inversion des fonctions de réponse en fréquence mesurées aux mêmes points selon l'équation (2.24)

$$F_{3eq} = [H^{AB}]^{-1} u_{3b}. \quad (2.24)$$

La précision de la méthode inverse augmente avec le nombre d'indicateurs pris en compte. En effet, ce nombre doit être supérieur au nombre des chemins de transfert afin d'optimiser le conditionnement lors de l'inversion de la matrice FRF (Gajdatsy, Janssens, Desmet et Van der Auweraer, 2010).

Dans toutes ces méthodes de TPA classique, les forces opérationnelles obtenues sont fonction de la dynamique de la totalité du système assemblé et non pas des caractéristiques des sous-

systèmes indépendants. La modification de la source d'excitation nécessite la prise de nouveaux tests opérationnels. Par conséquent, cette famille de méthode devient non pratique pour les systèmes dont la source est modifiable.

### 2.4.3. La TPA basée sur les composantes

La méthode TPA basée sur les composantes (ou component-based ) utilise les propriétés actives de la source (force bloquée, vitesse libre) et les propriétés passives de la structure de réception (réponse en fréquence pour différentes excitations extérieures) afin de déterminer les propriétés globales du système couplé (van der Seijs, de Klerk et Rixen, 2016). Elle permet ainsi de considérer des liens mécaniques au lieu de l'interface rigide. Dans ce cas, la condition de continuité n'est plus valide et on a plutôt l'équation (2.25)

$$\begin{bmatrix} F_2^A \\ F_3^B \end{bmatrix} = -(H_{plot})^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

avec  $H_{plot}$  la mobilité interne du lien mécanique.

Cette méthode est facile à mettre en œuvre et permet d'étudier les propriétés d'un système compliqué en exploitant les propriétés connues de ses sous-systèmes. Ces données, et spécialement les propriétés des plots, peuvent être difficiles à obtenir pour un nombre important de degrés de liberté.

Les forces opérationnelles sont dans ces méthodes remplacées par des forces équivalentes calculées à partir des propriétés des systèmes découplés. Ces forces sont appliquées sur les FRFs du système assemblé (équation (2.26)) lorsque la partie active est en arrêt pour permettre d'estimer les réponses aux emplacements récepteurs, soit

$$u_4 = H_{43}^{AB} \cdot F_{3eq} = [H_{34}^B \cdot (H_{22}^A + H_{33}^B)^{-1} \cdot H_{22}^A] \cdot F_{3eq}. \quad (2.26)$$

Ces méthodes permettent donc d'éviter de prendre des mesures sur la partie passive lorsque la structure active est connectée et est en opération.

#### 2.4.3.1. Méthode In Situ

La méthode In Situ ressemble à la méthode inverse. Elle consiste à calculer la force opérationnelle  $F_3$  à partir des points indicateurs  $u_{3b}$  sur la partie passive à proximité des points de connexion. Ces indicateurs sont multipliés par les fonctions de réponse en fréquence mesurées aux mêmes points mais lorsque la partie passive seulement (sous-système découplé), selon l'équation (2.27) (van der Seijs et al., 2016) :

$$F_{3eq} = [H^B]^{-1} u_{3b}. \quad (2.27)$$

Le conditionnement de l'inversion dans la méthode In Situ suit les mêmes critères que la méthode de la matrice inverse.

#### 2.4.3.2. Méthode de la vitesse libre

Cette méthode consiste à laisser toutes les interfaces des sous-systèmes libres. Les forces opérationnelles sont calculées à partir de l'inversion de la FRF libre de la partie active multipliée par sa vitesse libre en fonctionnement (van der Seijs et al., 2016) , soit :

$$F_{3eq} = [H_{22}^A]^{-1} u_3^{libre}. \quad (2.28)$$

Cette méthode est applicable lorsque la partie active a une masse faible par rapport à la structure réceptrice et peut être suspendue afin de mesurer sa vitesse/FRF libre. La limitation de cette méthode est qu'elle ne tient pas compte de la dynamique du système entier.

#### 2.4.3.3. Méthode hybride et force bloquée

La méthode hybride consiste à remplacer la partie passive par un banc d'essai R dont on est capable de mesurer les FRFs aux interfaces. La force opérationnelle est calculée à partir des FRFs de chaque sous système à part (van der Seijs et al., 2016) :

$$F_{3eq} = (H_{33}^R + H_{22}^A)^{-1} * u_3 \quad (2.29)$$

La méthode de la force bloquée consiste à remplacer le banc hybride par une structure supposée infiniment rigide et donc à bloquer l'interface du côté actif. Dans ce cas,  $H_{33}^R = 0$  et  $F_{3eq} = (H_{33}^R + H_{22}^A)^{-1} * H_{22}^A * F_3^{bloquée} = F_3^{bloquée}$ . La force bloquée mesurée en fonctionnement  $F_3^{bloquée}$  à cette interface est considéré égale à la force opérationnelle  $F_3$ .

Si  $R = B$ , on retrouve la méthode directe. En raison de son application directe, la méthode de force bloquée est devenue populaire dans l'industrie de nos jours, mais elle reste pratiquement limitée par le fait qu'il est impossible d'assurer une liaison infiniment rigide à l'interface.

## 2.5. Conclusions

Cette revue bibliographique illustre les méthodes utilisées dans la littérature pour caractériser les isolateurs de vibration. Certaines sont appliquées au sein de ce projet de maitrise telles que les méthodes de mesures expérimentales de la raideur et des paramètres connexes et les méthodes TPA classiques et basées sur les composantes. D'autres ne sont pas incluses mais ont aidé à comprendre le problème et choisir les méthodes les plus pertinentes.

La validation de la caractérisation des isolateurs est faite à travers des applications académiques simples et des cas réels plus compliqués.



## CHAPITRE 3

# CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DES ISOLATEURS DE VIBRATION

La norme ISO 10846-1 :2008 décrit différentes méthodes permettant de déterminer la raideur dynamique des isolateurs à partir de mesures en laboratoire (méthode directe selon ISO 10846-1 :2008 et méthode indirecte selon ISO 10846-2 :2008). De nombreuses méthodologies expérimentales sont proposées pour caractériser les isolateurs de vibration, qui peuvent être classés selon différents critères.

### 3.1. Théorie

La méthode de mesure de la raideur dynamique principalement utilisée dans ce mémoire est décrite dans la section 2.3. Dans l'équation (2.7), le terme  $k_{21}$  présente une caractéristique de transfert de l'élément étudié puisqu'elle traduit l'effet d'un déplacement d'excitation  $x_1$  sur la force transmise  $F_2$ , il peut être exprimé à partir de l'équation (3.1).

$$K_{21} = \frac{F_2}{x_1} - \frac{x_2}{x_1} * K_{22} \quad (3.1)$$

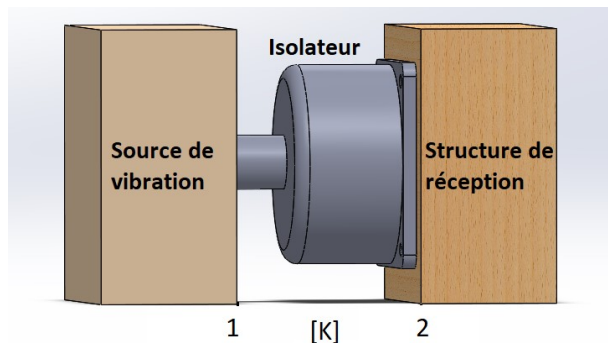


Figure 11: Exemple de montage contenant un isolateur pour lequel on désire mesurer la raideur dynamique

Pour la mesure de la raideur dynamique, on utilise généralement un banc supposé infiniment rigide, le second terme de l'équation (3.1) peut être négligé car  $x_2 \ll x_1$  (hypothèse de force

bloquée). La raideur dynamique de transfert est finalement calculée comme étant le quotient de la force bloquée divisée par le déplacement au point d'excitation. Dans des travaux antérieurs, la méthode de la raideur dynamique a été largement utilisée pour des isolateurs souples travaillant dans une direction unique (Cherif, Wareing et Atalla, 2017). Dans ce qui suit, nous commençons par la mesure unidimensionnelle, puis nous traitons les trois dimensions. Trois degrés de liberté en translation sont considérés et l'influence du couplage est étudiée.

## 3.2. Mesure de la raideur dynamique uni-axiale

La validation de la méthode dans une direction doit être faite avant de passer à un problème plus compliqué. Basé sur des travaux antérieurs, nous avons testé différentes configurations.

### 3.2.1. Description du banc de test

L'isolateur doit être placé sur une surface rigide pour assurer la condition de force bloquée. Pour cela, nous l'avons installé sur un bloc de béton (Figure 12).



Figure 12: Structure rigide utilisée dans les bancs de test

Selon l'équation (3.1), la mesure de la raideur de transfert nécessite au moins deux capteurs : un accéléromètre placé au point d'excitation pour estimer le déplacement  $x_1$  au point 1 et un capteur de force inséré entre l'isolateur et la structure rigide pour estimer la force bloquée  $F_2$ .

D'autres capteurs sont placés pour des raisons de vérification décrites dans la section 3.2.2.

### 3.2.2. Vérifications préliminaires

Plusieurs vérifications sont nécessaires pour valider la manipulation et prendre compte de toutes les sources d'erreur possibles dans le montage.

- **Fréquences propres de la structure rigide**

L'isolateur doit être installé sur une structure assez rigide pour éviter les interférences de ses modes avec le système étudié. Il est donc important de vérifier ses fréquences propres et leurs facteurs d'amortissement. Pour cette raison, nous avons installé des accéléromètres sur le bloc de marbre et nous avons mesuré sa réponse vibratoire à un impact excitant toutes les fréquences.

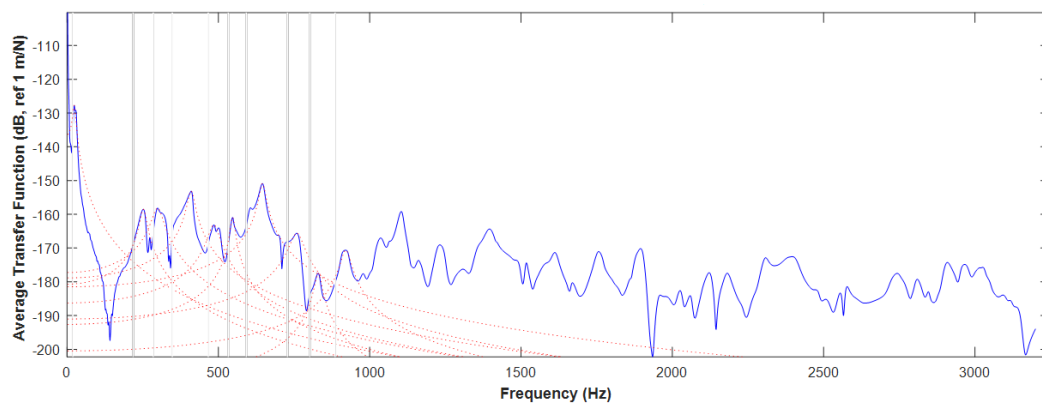


Figure 13: Modes de vibration du bloc de marbre

Nous avons les résonances de la structure dans le Tableau 3 identifiées par les lignes verticales dans la Figure 13.

Tableau 3: Modes et amortissement de la structure rigide

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	24	0.39
2	252	7.81
3	299	4.25
4	410	5.19
5	485	6.99
6	547	2.60
7	646	2.95
8	759	5.83
9	830	2.51
10	921	3.23

Pour ce problème, nous avons calculé le facteur d'amortissement graphiquement par la méthode de -3 dB. En effet, le facteur d'amortissement est proportionnel à la largeur de bande à -3 dB autour de la fréquence naturelle (Ewing, 2013).

$$\eta = \frac{f_1 - f_2}{f_n} \quad (3.2)$$

$f_n$  étant la fréquence naturelle illustrée dans la Figure 14.

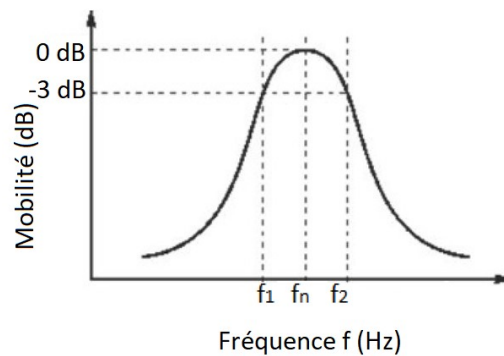


Figure 14: Méthode de calcul du facteur d'amortissement modal

- **Bruit de fond**

Le bruit de fond est défini par la différence entre l'accélération au point d'excitation et sur la structure rigide lorsque la source est en arrêt. Dans la Figure 15, on présente la différence entre

$$H_1 = \frac{a}{F} \text{ dans les deux points avant et après l'isolateur.}$$

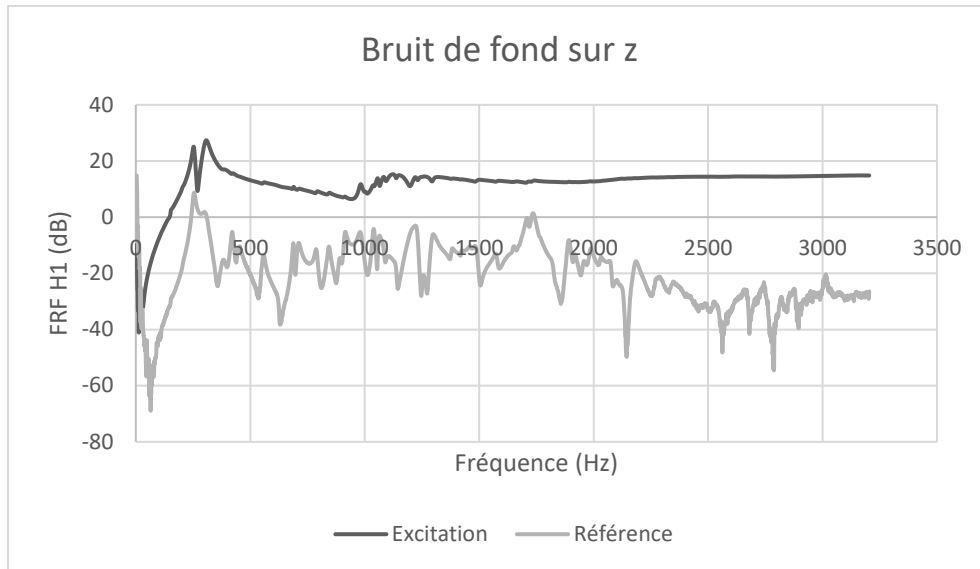


Figure 15: Exemple de bruit de fond mesuré

La Figure 15 montre une différence importante entre la mobilité au point d'excitation et celle mesurée sur le bloc d'acier. Un écart moyen de 30 dB est présent dans cette mesure ce qui valide la mesure sauf autour de 250 Hz qui présente le deuxième mode du bloc. Selon la structure étudiée et le type de l'isolateur, un certain niveau de bruit de fond peut être toléré.

- **Cohérence**

La cohérence entre deux signaux est un indicateur qui examine la relation entre eux, sa valeur est comprise entre 0 et 1. La valeur 1 indique une corrélation forte alors que 0 signifie qu'il n'existe aucune relation linéaire entre les 2 signaux. La cohérence  $C_{xy}$  est calculée à l'aide des auto-spectres  $G_{ii}$  et de l'inter-spectre  $G_{ij}$  entre deux signaux  $x$  et  $y$  via l'équation (3.3)

$$C_{xy} = \frac{G_{xy}^2}{G_{xx} * G_{yy}}. \quad (3.3)$$

Une bonne cohérence entre les signaux d'entrée est requise. Pour cette raison, on a installé une tête d'impédance au point d'excitation pour mesurer la force et l'accélération au même point 1 comme illustré dans la Figure 16.

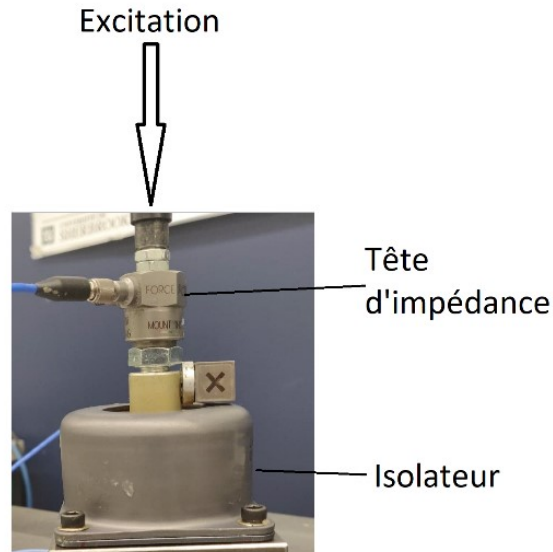


Figure 16: Illustration de la position de la tête d'impédance

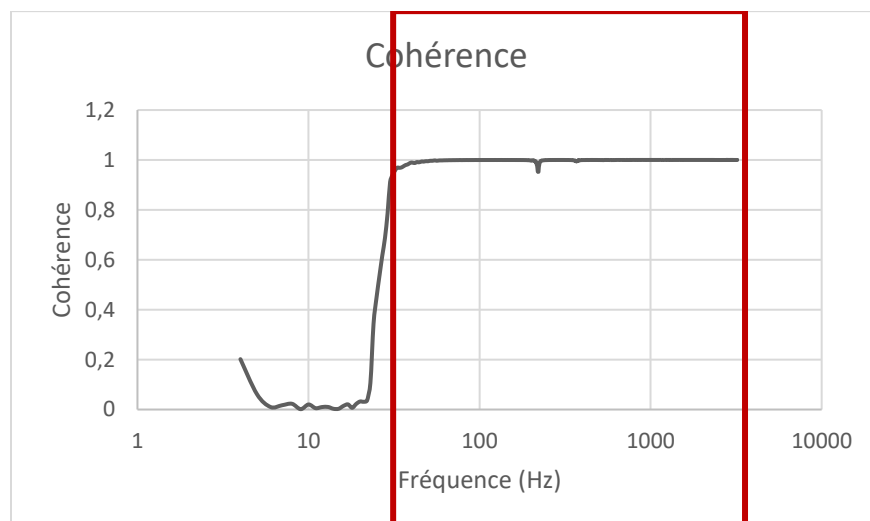


Figure 17: Exemple de cohérence d'entrée pour une configuration verticale avec pot vibrant

Finalement, pour chaque test effectué, on précise la zone de validité de la mesure lorsque la cohérence est proche de 1 (Figure 17). Dans ce cas, on sait que le signal de sortie est le résultat de l'excitation d'entrée est non pas dû à une perturbation externe.

- **Phase**

Pour certains montages, il n'est pas évident d'assurer un mouvement uniquement unidimensionnel. L'utilisation de plusieurs accéléromètres (Figure 18 ) peut aider à vérifier s'il existe un déplacement de rotation déterminé par la différence de phase entre eux.

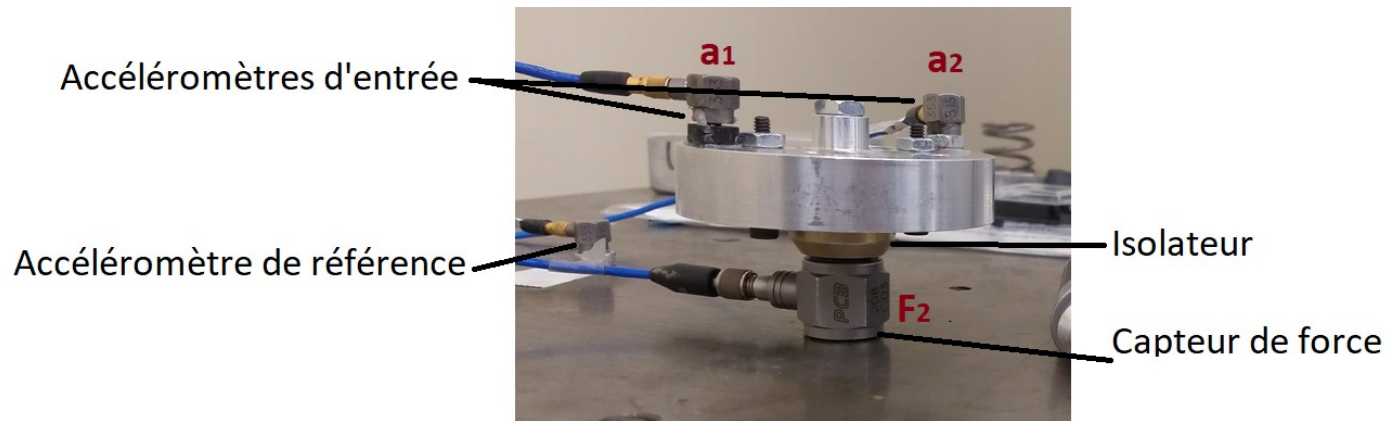


Figure 18: Détermination du déphasage

- **Répétabilité**

Les erreurs expérimentales sont très courantes. Il est recommandé de répéter la mesure plusieurs fois et de calculer la moyenne des résultats et l'écart type. Plusieurs facteurs peuvent affecter la répétabilité.

L'utilisation d'autres isolateurs qui, même si supposés identiques, n'ont pas les mêmes caractéristiques. Le temps de mesure et l'espace de travail : il est conseillé de faire la même manipulation dans différents espace et/ou dans différentes journées, ce qui implique la prise en compte des conditions atmosphériques variables. L'expérimentateur : en particulier lorsque l'excitation est réalisée manuellement à l'aide du marteau d'impact. Le niveau et le type d'excitation: qui peuvent affecter la valeur de la raideur si la réponse de l'isolateur n'est pas linéaire.

Pour chaque résultat présenté dans ce mémoire, nous avons fait un nombre de mesure pour s'assurer de la répétabilité des tests. La vérification de ces paramètres nous a permis de valider la mesure et de connaître les sources d'erreur possibles afin de les éviter.

### 3.2.3. Matrice de tests

Afin de valider la méthode de raideur dynamique, une matrice de test a été réalisée contenant un nombre d'isolateurs de différentes tailles et caractéristiques comme le montre la Figure 19, testés dans différentes configurations (Figure 6).

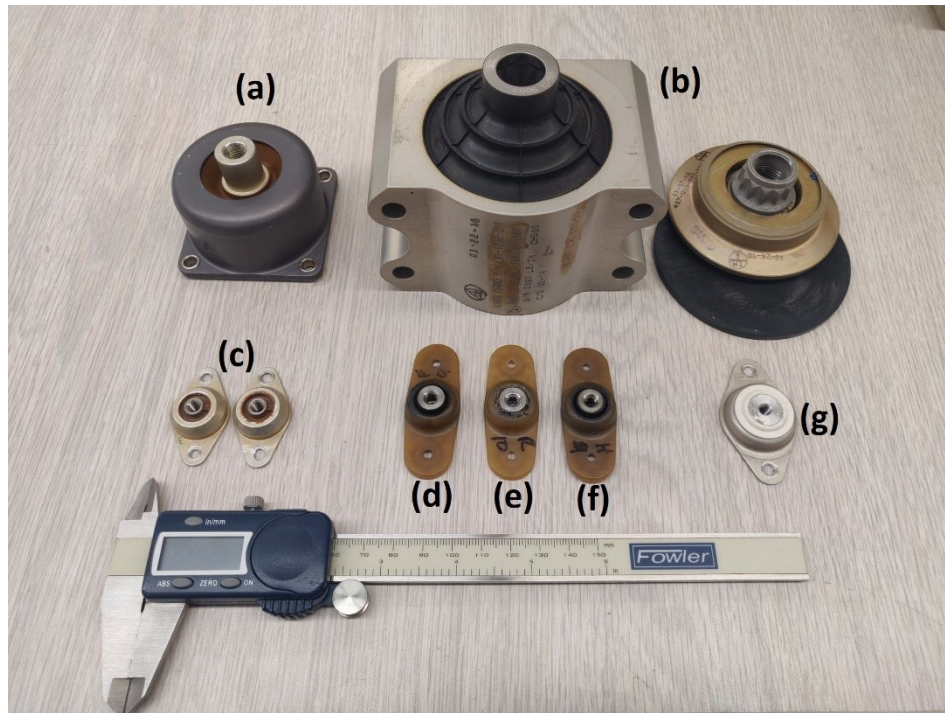


Figure 19: Comparaison de la taille des isolateurs testés

Des isolateur connus ((d), (e) et (f)) ont été initialement testés afin de mettre en application la méthode de raideur dynamique. La Figure 20 présente une comparaison des résultats obtenus pour un montage vertical au pot vibrant mesuré au laboratoire avec ce qui a été mesuré dans des précédents travaux (Pointel, 2013).

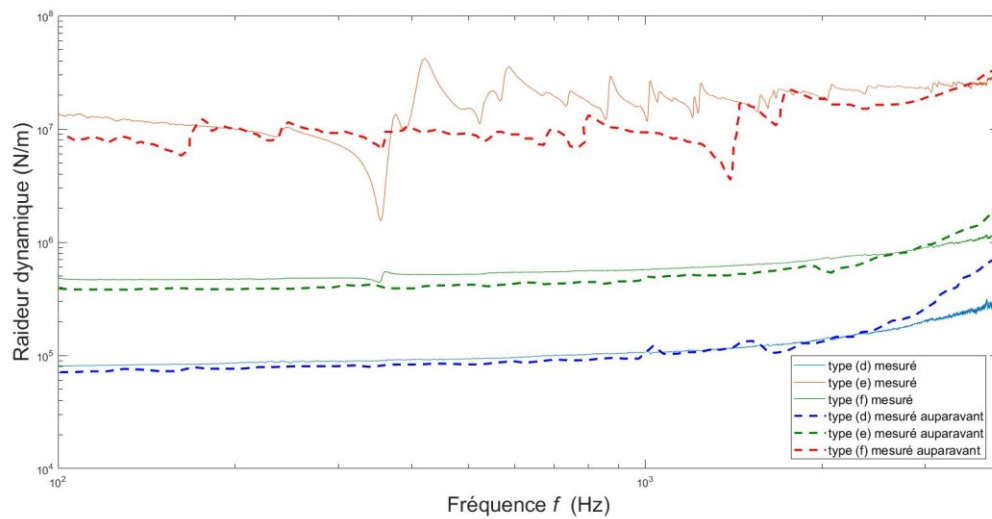


Figure 20: Comparaison de la raideur dynamique de 3 types d'isolateurs de vibration (les isolateurs (d), (e) et (f))



Des courbes de raideur d'allures similaires ont été trouvées pour les différents types d'isolateurs, ce qui prouve que la méthode est valable pour les isolateurs souples ainsi que rigides. Comme le montre la Figure 20, plus l'isolateur est souple (type (d) de la légende), plus on minimise l'erreur et plus la mesure est répétable dans le temps. En effet, en augmentant la raideur du plot, on s'approche de la raideur du bloc de marbre qui doit être largement plus élevée afin d'assurer la condition de force bloquée. Une fois que la méthode est validée à l'aide des isolateurs connus, on l'a appliquée dans les différentes configurations sur un isolateur plus raide (isolateur (b) en Figure 19 ). Cet élément est conçu pour diminuer la propagation des vibrations provoquées par la transmission de l'hélicoptère vers son toit.

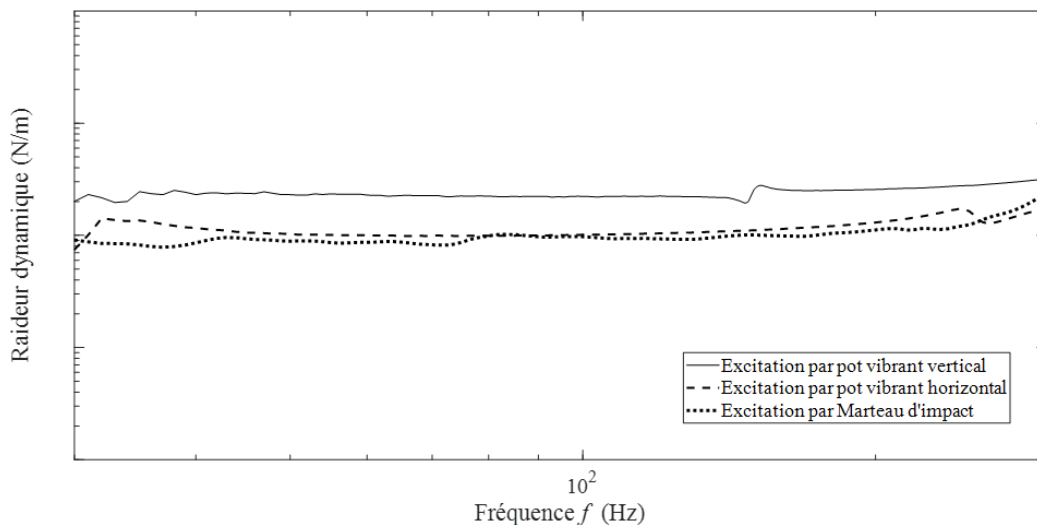


Figure 21: Raideur dynamique de l'isolateur type (b) mesurée avec les 3 configurations

Pour ce type d'isolateur (b), on a obtenu une bonne cohérence sur la bande de fréquence [30..300 Hz].

La Figure 21 montre que les trois configurations donnent la même allure de la courbe de raideur dynamique mesurée, mais l'amplitude est différente dans certaines zones. En effet, la position verticale de l'excitation au pot vibrant (configuration au milieu de la Figure 6) implique l'ajout d'une surcharge statique causée par le poids de la partie active, ce qui augmente la valeur de la raideur mesurée. On doit donc privilégier les cas de montage vertical excité par un marteau d'impact ou bien horizontal excité par un pot vibrant, ou encore tenir compte de cette précharge et la corriger dans le calcul.

Un isolateur utilisé depuis 10 ans (voir Figure 22) a été ensuite testé pour voir l'effet du vieillissement sur sa raideur présentée à la Figure 23.



Figure 22: Isolateurs type (b) ayant différents âges

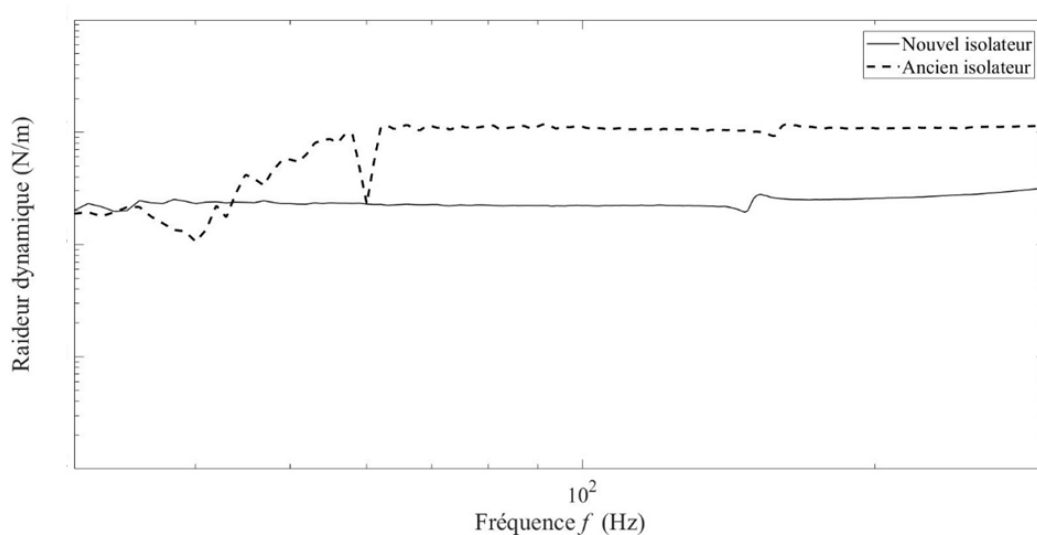


Figure 23: Effet du vieillissement sur un isolateur en caoutchouc

On peut voir clairement que le vieillissement a un effet sur la raideur de l'isolateur. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que les liaisons moléculaires à l'intérieur du caoutchouc se renforcent après un cycle de traction / compression et l'isolateur devient plus raide.

Finalement, nous avons mesuré la raideur dynamique uniaxiale des isolateurs de type (g) de la Figure 19. Cette raideur, présentée sur la Figure 24, sera utilisée dans le calcul de vérification basée sur la méthode TPA au chapitre 4.

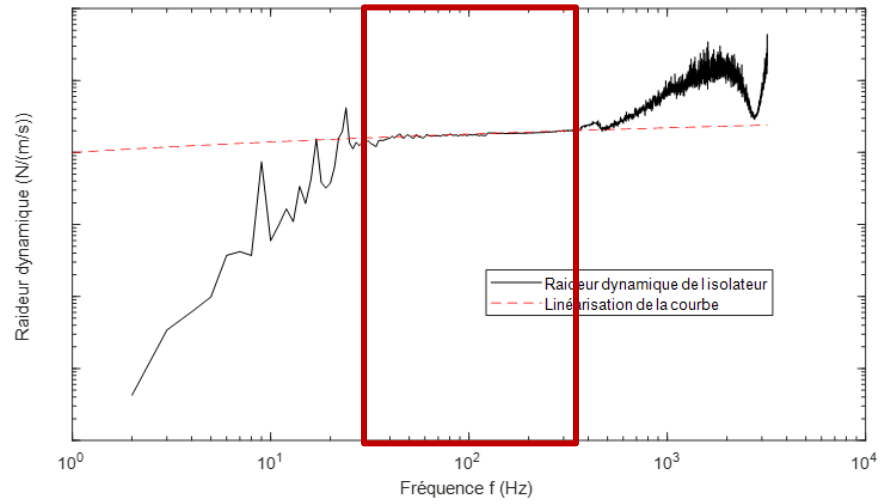


Figure 24: Raideur dynamique axiale de l'isolateur type (g)

La zone de fréquence [30 Hz..500 Hz] illustrée sur la Figure 24 présente une courbe linéaire en fonction du logarithme de la fréquence présentée par l'équation (3.4) :

$$K = 39502 \log_{10}(f) + 106173. \quad (3.4)$$

Cette zone est la partie linéaire de la courbe et est représentative de la raideur dynamique de l'isolateur.

### 3.3. Mesure de la raideur dynamique triaxiale

Dans cette section, nous testons l'isolateur (b) de la Figure 19. Trois excitations sont appliquées séparément sur les trois axes de l'espace (Figure 25). Pour chaque excitation, nous avons calculé la raideur dans les trois directions à travers l'équation (3.5)

$$k_{ij} = \frac{F_i}{x_j} \parallel_{x_{k \neq i} = 0}. \quad (3.5)$$

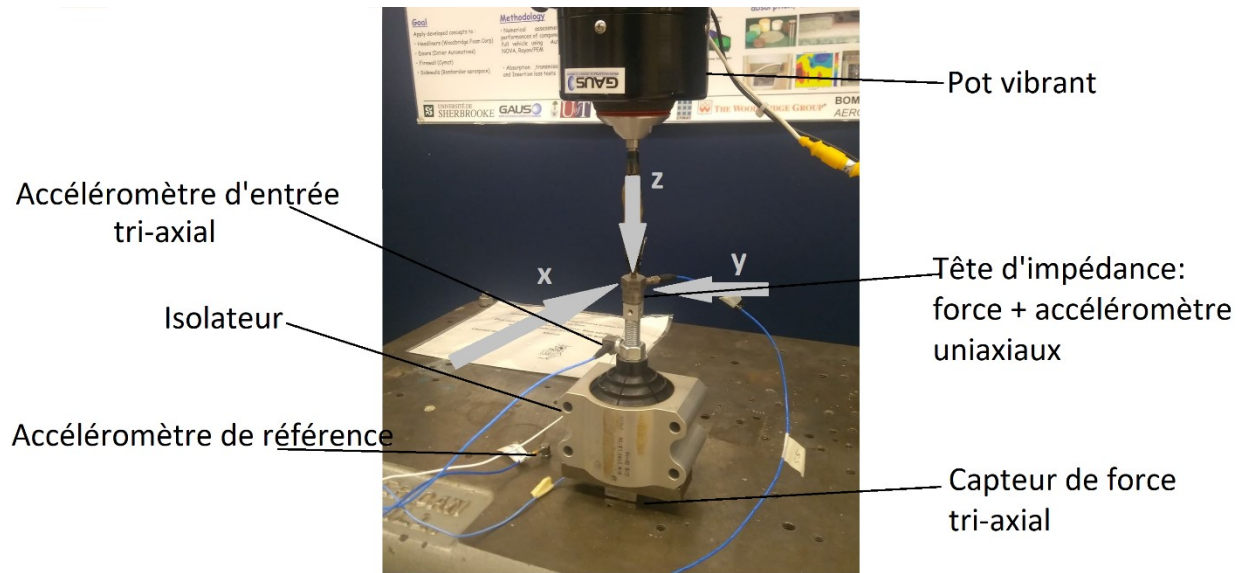


Figure 25: Illustration de la mesure triaxiale de l'isolateur de type (b)

Cette expérience implique l'utilisation d'un capteur de force et d'un accéléromètre tridimensionnel. Toutes les vérifications mentionnées dans la section précédente sont aussi appliquées.

La Figure 26 représente les termes de la matrice de raideur de transfert  $k_{21}$  mesurée.

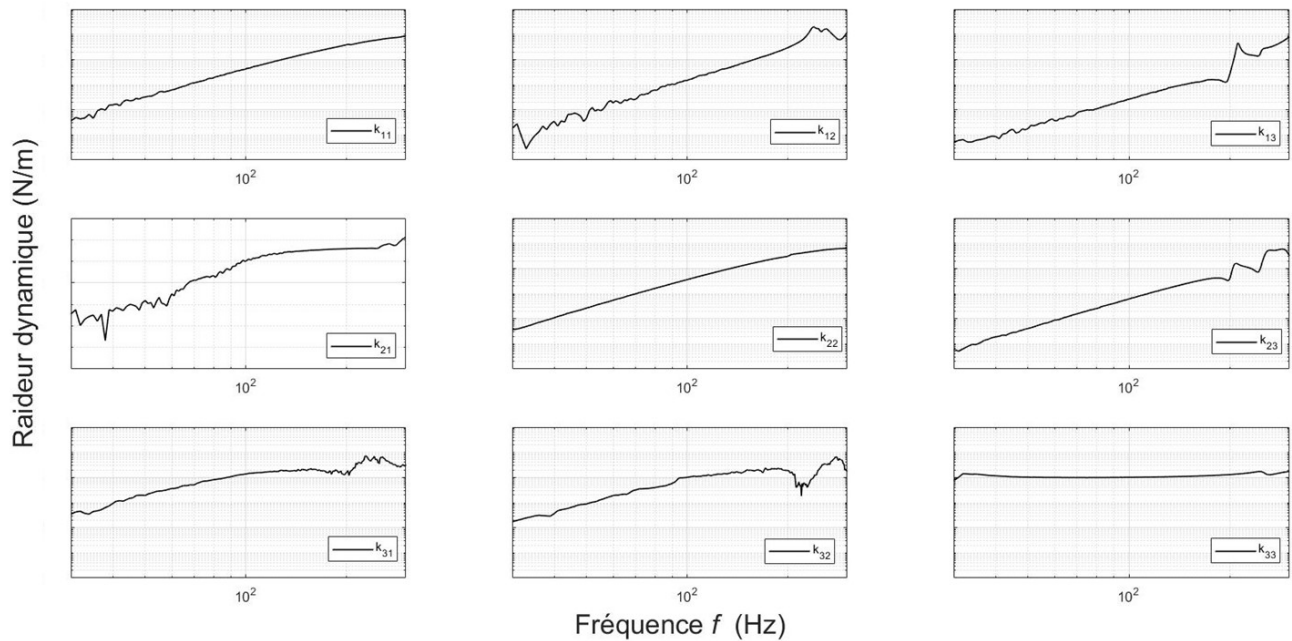


Figure 26: Matrice de raideur dynamique triaxiale de l'isolateur (b)

On rappelle la forme de la matrice  $[K]$  :

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

L'isolateur (b) a un comportement plus raide suivant la direction Z en basse fréquence alors qu'en haute fréquence, il est plus souple dans cette direction. Ce type d'isolateur est conçu essentiellement pour atténuer les vibrations dans une direction principale. Pour cette bande de fréquence, l'utilisation de la raideur dynamique dans une seule direction est à valider, les deux autres directions peuvent être considérées comme négligeables. Cette validation est décrite au chapitre 4.

Nous avons mesuré de même la raideur dynamique triaxiale de l'isolateur (a) de la Figure 19 et nous avons obtenu le résultat présenté sur la Figure 27.

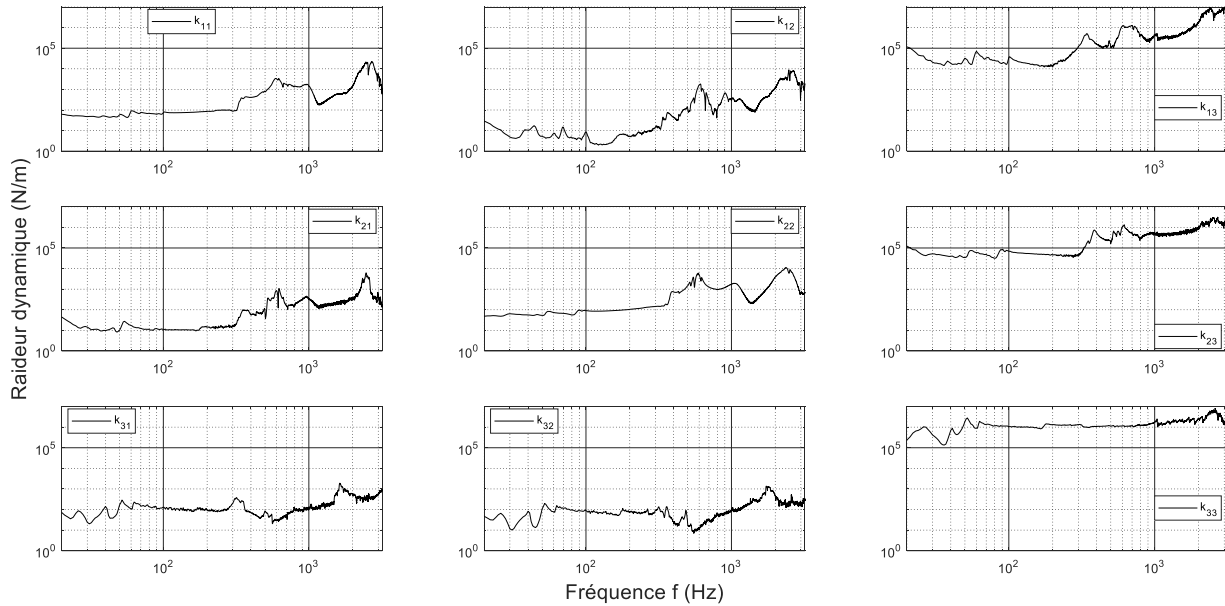


Figure 27: Matrice de raideur dynamique triaxiale de l'isolateur (a)

L'ajustement linéaire de courbes des raideurs donne la matrice  $[K]$  de l'équation ci-dessous.

$$[K] = \begin{bmatrix} 2705 \log_{10}(f) + 3559 & 948 \log_{10}(f) + 1225 & 1439800 \log_{10}(f) + 1871600 \\ 422 \log_{10}(f) + 641 & 1819 \log_{10}(f) + 2818 & 644590 \log_{10}(f) + 993860 \\ 232 \log_{10}(f) + 362 & 167 \log_{10}(f) + 261 & 1579200 \log_{10}(f) + 2421900 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

La raideur dynamique de l'axe principal de l'isolateur est clairement beaucoup plus élevée que pour les autres directions. Il est donc possible de considérer un montage uniaxial pour l'étude de la transmissibilité de cet isolateur. La validation de cette hypothèse est discutée au chapitre 4.

### 3.4. Conclusions

La mesure de la matrice de raideur triaxiale peut être difficile à effectuer. En effet, il n'est pas évident de trouver un moyen permettant de bloquer la structure dans toutes les directions. Pour cette raison, on exige la réduction de la taille de la matrice de raideur dynamique à travers des hypothèses. Ces hypothèses suggérées sont à valider pour chaque isolateur et pour chaque application.

Dépendamment du type de l'isolateur étudié, certaines directions présentent des raideurs plus élevées par rapport aux autres. Certains modèles sont conçus pour isoler dans une seule direction (généralement la direction axiale de l'isolateur), d'autres dans les 3 directions (une force unidimensionnelle qui crée un déplacement dans la même direction : matrice de raideur diagonale), et d'autres considèrent même un couplage entre les directions de l'espace (une force unidimensionnelle qui crée des déplacements sur les 3 axes : matrice 3x3 complète).

Les simplifications à considérer pour une mesure de raideur dynamique nécessitent une bonne connaissance de la conception de l'isolateur et de son fonctionnement. Elles permettent de négliger certains termes de la matrice de raideur et garder une marge d'erreur très réduite.

Le chapitre 4 présente l'utilisation des raideurs dynamiques mesurées dans la méthode TPA basé sur la méthode des raideurs, et sa validation à travers d'autres méthodes TPA.

# CHAPITRE 4

## Prédiction de la transmission de vibration par les méthodes CB-TPA

Pour ce chapitre, nous avons conçu des systèmes académiques simples afin d'appliquer les méthodes étudiées. Ces systèmes, décrits dans la Figure 2 du chapitre 1, sont représentatifs de structures utilisés en industrie

### 4.1. Système académique 1 : Double plaque

#### 4.1.1. Description du banc de test

On dispose au laboratoire d'un système consistant en deux plaques liées par 4 isolateurs identiques type (g) (voir Figure 19 ). L'ensemble est suspendu pour approximer les conditions aux limites de type libre-libre, comme présenté à la Figure 28.

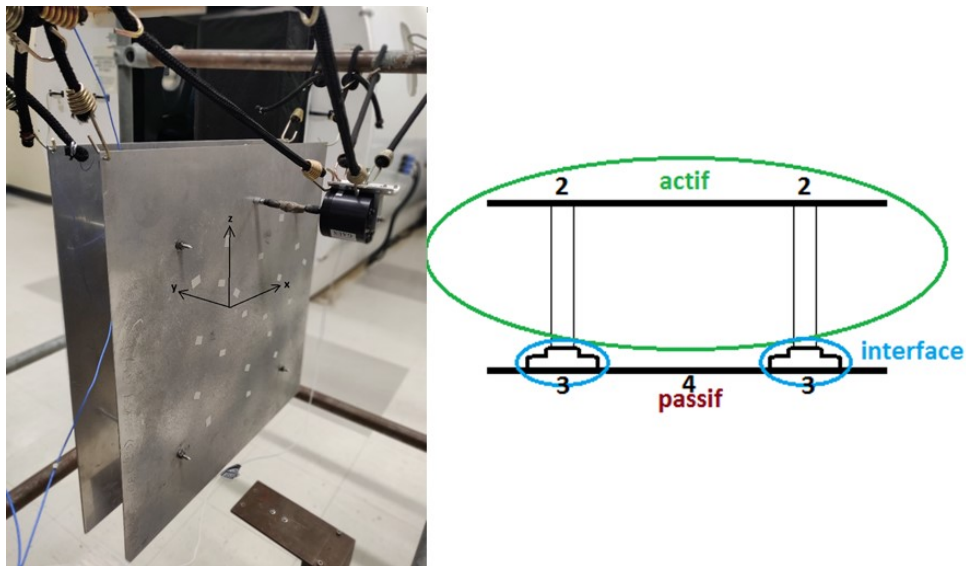


Figure 28 : Système académique 1

Le système présente 4 chemins de transfert supposés unidimensionnels constitués par les 4 tiges et isolateurs. Le point d'excitation et les points de réception ont été choisis arbitrairement de façon qu'ils ne présentent aucune symétrie et qu'ils soient éloignés des bords. L'excitation

appliquée est un bruit blanc généré par un pot vibrant suspendu près de la première plaque (voir Figure 28).

Notre système est divisé comme suit : Partie active : pot vibrant + plaque + 4 tiges; Interface : 4 isolateurs; Partie passive : plaque liée aux corps des isolateurs par des vis/écrous. Nous avons appliqué des méthodes TPA sur ce système afin de valider dans un premier temps la méthode de caractérisation des isolateurs, et de comparer par la suite les différentes approches de TPA.

#### 4.1.2. Description des méthodes

##### 4.1.2.1. Méthode TPA classique raideur dynamique

Pour la méthode TPA basée sur les composantes à base de raideur dynamique, nous avons installé un accéléromètre de chaque côté des tiges reliant les deux plaques, le premier mesurant  $u_2$  et le deuxième  $u_3$  (voir Figure 10 ). En appliquant l'équation (2.24) pour chaque chemin, on obtient la force opérationnelle à l'interface qui est injectée dans l'équation (2.22) pour obtenir finalement la réponse cible pour une excitation provenant d'un seul chemin. Finalement, la contribution de tous les chemins est sommée pour obtenir les réponses aux points de réception. Le résultat de la réponse d'un point cible est présenté sur la Figure 29. On a choisi de zoomer sur une bande de fréquence de 1000 Hz pour pouvoir regarder clairement les résonances et les détails des courbes.

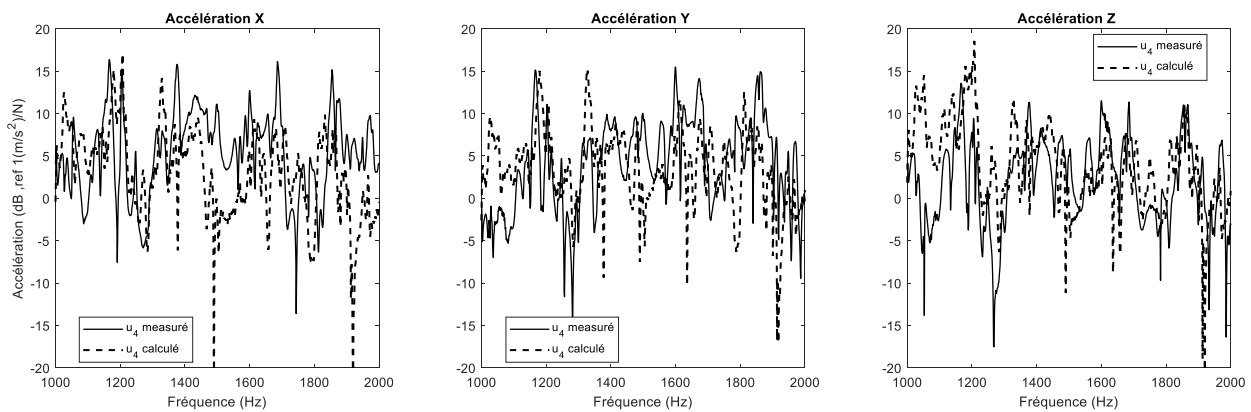


Figure 29: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur



La réponse obtenue est dans le même ordre de grandeur que la réponse réelle, mais de nombreux écarts sont visibles en fonction de la fréquence. La direction z principale de l'isolateur présente de meilleurs résultats que les autres axes de l'espace. L'erreur présente dans les directions x et y peut être due à l'absence de force de réaction dans ces 2 direction à cause de la nature du système. Afin de maîtriser les sources d'erreur, on peut appliquer la méthode de raideur dynamique sur un système plus raide (non suspendu) car l'isolateur doit être plus souple que le reste des sous-systèmes puisqu'il présente la composante responsable à la réduction de la transmission vibratoire.

#### 4.1.2.2. Méthode CB-TPA : In Situ

Pour la méthode In Situ, on a effectué des mesures du système entier couplé afin d'obtenir les accélérations des points indicateurs et des points cibles lorsque la source est en marche. Les FRFs  $H_{34}^{AB}$  sont mesurées à l'aide d'un marteau d'impact lorsque le système entier est couplé et la source est en arrêt. La Figure 30 présente une comparaison entre l'accélération de référence mesurée par un accéléromètre placé à un point de réception, et celle calculée à l'aide de l'équation (2.27).

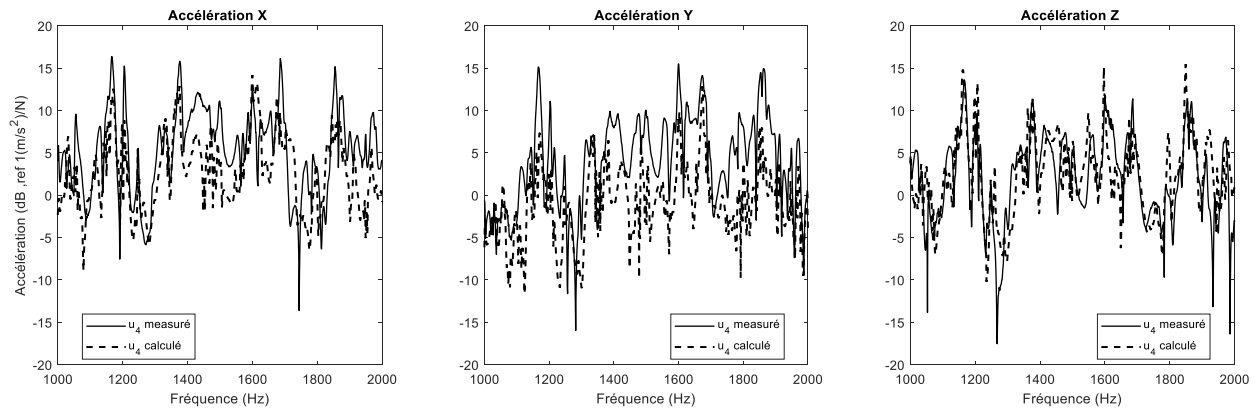


Figure 30: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ

Dans ce modèle, le système entier est suspendu par des cordes élastiques et les modes de suspension du système peuvent interférer avec les résonances de vibration. À cause de cela, on n'est pas capable de prédire précisément le comportement de la structure de réception pour

une excitation donnée car l'excitation d'entrée est amplifiée à cause des modes rigides du système suspendu.

Cependant, la méthode In Situ permet de mieux s'approcher de la réponse réelle que la méthode de raideur dynamique. Ceci peut être dû à la raideur de la structure complète (l'isolateur n'est pas beaucoup plus souple que le reste des éléments). On remarque de même que la prédiction pour l'axe  $z$  perpendiculaire aux deux plaques et correspondant à la direction principale de l'isolateur, est beaucoup plus précise que dans les deux autres directions. En effet, le mouvement dans les autres directions est dû principalement aux modes libres du système et non pas à l'excitation donnée. L'ordre de grandeur est le même toutefois dans les 3 directions de l'espace.

## 4.2. Système académique 2 : Plaque encastrée sur les bords

### 4.2.1. Description du système

Pour valider la caractérisation des isolateurs type (a) de la Figure 19, on a conçu un système simplifié représentatif d'un problème réel.

Le système est composé de :

- Une partie passive : une plaque de dimensions 354 x 348 x 1.89 mm encastrée sur les bords
- Une partie active : une masse cylindrique de 0.750 kg montée sur la plaque à travers l'isolateur étudié. Cette masse est excitée de 2 façons (un pot vibrant suspendu ou avec un marteau d'impact).

L'isolateur est monté sur la plaque de réception par 4 vis/écrous comme présenté à la Figure 31. La transmission de vibration est considérée à travers 4 chemins de transfert (les 4 vis).

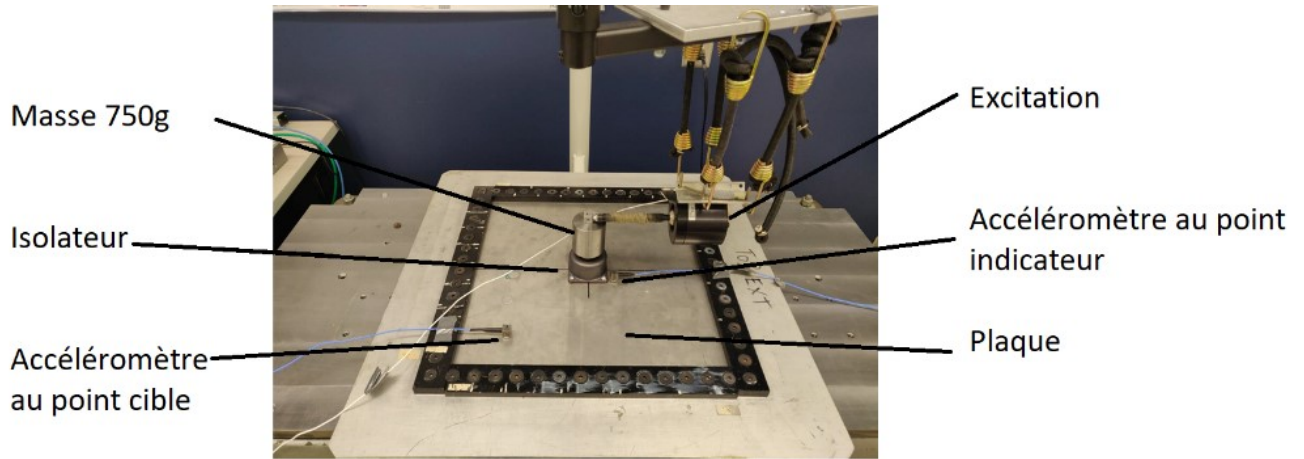


Figure 31: Système académique 2

Nous avons appliqué diverses méthodes TPA sur ce système.

#### 4.2.2. Méthode de raideur dynamique

Pour la méthode de raideur dynamique, on peut considérer soit un seul chemin de transfert (tige de l'isolateur) soit 4 chemins de transfert (les 4 vis). Pour avoir plus de précision, 8 accéléromètres sont placés des 2 côtés de l'isolateur pour mesurer  $u_2$  et  $u_3$  (les accélérations avant et après l'isolateur) à chaque chemin de transfert. L'écart d'accélérations mesurées est utilisé dans l'équation (2.24) pour calculer les forces opérationnelles aux interfaces. Une fois l'équation (2.22) appliquée, nous avons obtenu la réponse aux points de réception (Figure 32)

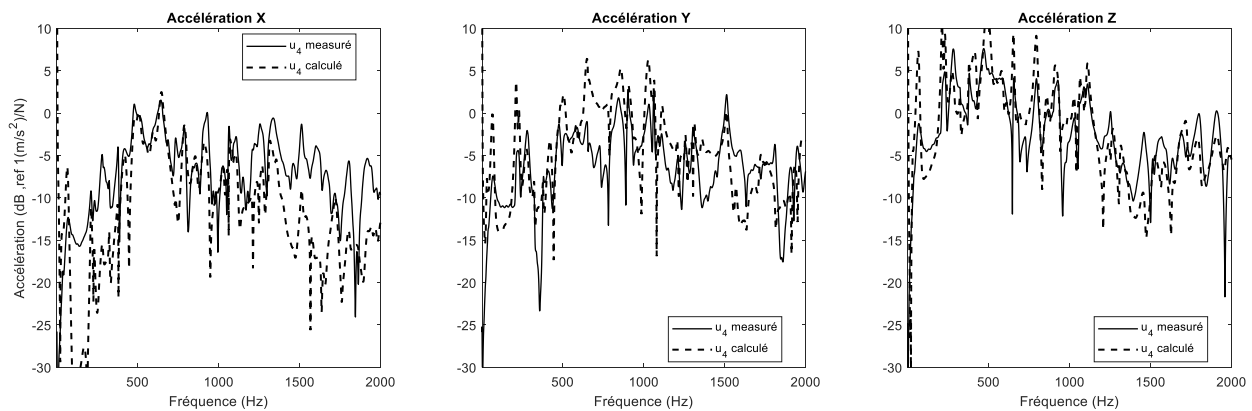


Figure 32: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur dynamique  $k_{ij} \neq 0$  pour tout  $i, j$

Comme le montre la Figure 27, les raideurs dynamiques sont très importantes dans l'axe z comparé avec les autres directions. La force est donc affectée essentiellement par les vibrations

transmises par une seule direction. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons considéré que  $k_{ij} = 0$  pour  $j \neq 3$ . Cette hypothèse permet de tracer la Figure 33.

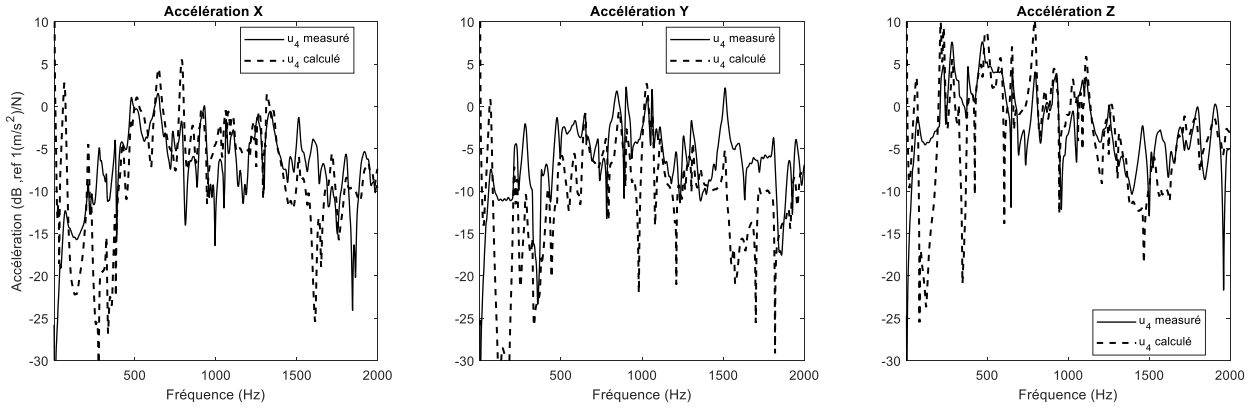


Figure 33: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur dynamique avec  $k_{ij} = 0$  pour  $j \neq 3$

Le fait de négliger les termes  $k_{ij}$  pour  $j \neq 3$  permet de conserver une bonne précision de la réponse sur certaines bandes mais dégrade la qualité des résultats au niveau des résonances et en basses fréquences. Nous avons étudié une deuxième hypothèse de matrice orthogonale, soit  $k_{ij} = 0$  pour  $i \neq j$ .

Cette hypothèse considère que chaque force unidirectionnelle n'affecte la réponse que dans cette même direction. Cette hypothèse permet de tracer la Figure 34 (les échelles sont modifiées par rapport aux autres courbes du même système).

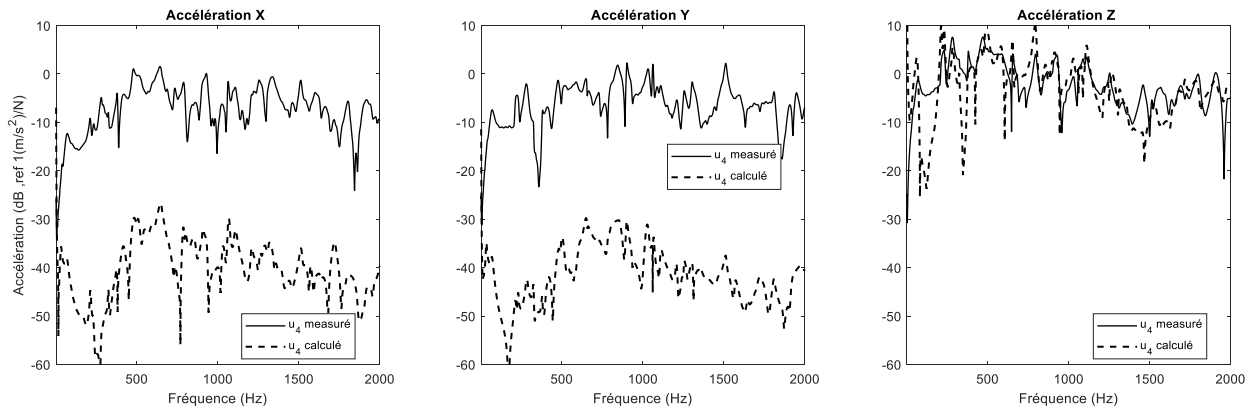


Figure 34: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur dynamique avec  $k_{ij} = 0$  pour  $i \neq j$

Comme le montre la Figure 34, l'hypothèse de matrice diagonale n'est pas valide pour ce cas de test. En effet, selon la Figure 27, les réponses suivant x et y sont principalement dues au couplage qui est négligé ici. Cependant, la réponse en z est bien représentée.

#### 4.2.3. Méthode inverse

Pour la méthode inverse, 12 points indicateurs sont considérés autour des chemins de transfert. Nous avons choisi 4 points cibles pour y étudier la transmission de vibration comme indiqué dans la Figure 35.

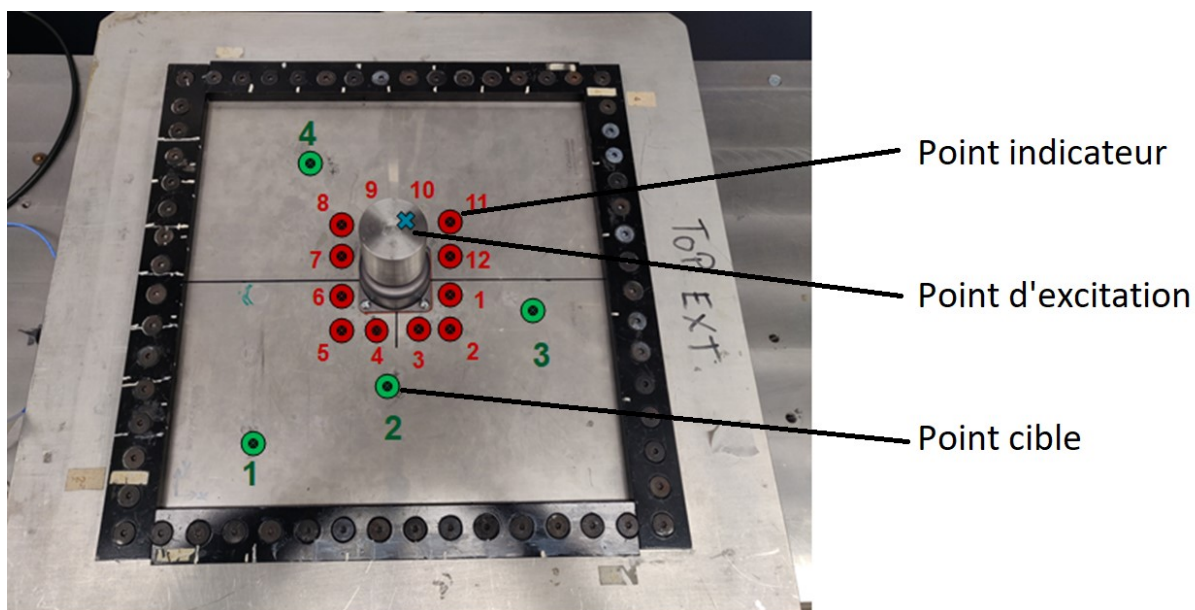


Figure 35: Emplacement des points de mesure

Les cercles rouges présentent les 12 points indicateurs alors que les cercles verts sont les points de réception dont la réponse est étudiée (Dans ce mémoire, on présente un seul point choisi arbitrairement à titre indicatif). Les points indicateurs ont été choisis autour des chemins de transfert entre la partie active et la partie passive. Sur la croix bleue, une excitation générant du bruit blanc est appliquée à travers un pot vibrant suspendu. Pour la mesure des FRFs, nous avons appliqué des excitations impulsionnelles aux points de contact à travers un marteau d'impact.

L'application des équations de la méthode inverse permet d'obtenir la Figure 36 présentant une comparaison entre la réponse calculée par la méthode inverse et la réponse réelle mesurée directement à l'aide d'un accéléromètre.

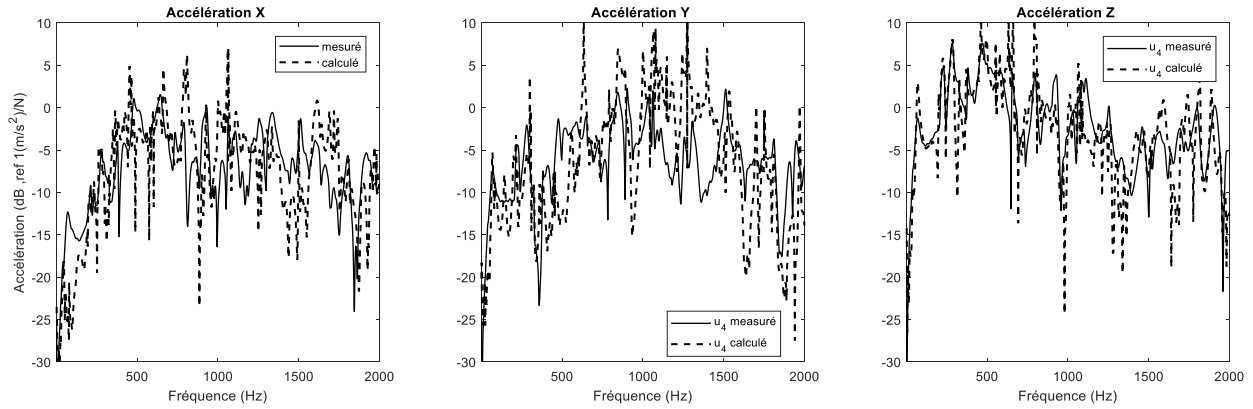


Figure 36: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode inverse

La reconstruction de la réponse par la méthode inverse donne un bon résultat dans quelques bandes de fréquence. Cependant au niveau des résonances et antirésonances, on remarque que les pics sont très élevés par rapport à la mesure de référence. Ce problème est corrigé à l'aide de la régularisation par valeurs singulières de la matrice  $H^{AB}$  (équation (2.25)). En effet, les termes de la matrice dont les valeurs sont très petites mais qui sont non nuls peuvent donner des termes infinis lors de l'inversion. Pour cette raison, il est conseillé de les éliminer du calcul. Dans notre cas, nous avons éliminé les termes inférieurs à 1/100 de la valeur maximale de la matrice.

#### 4.2.4. Méthode CB-TPA de la force bloquée

Sur un bloc de béton rigide, on a fixé la partie active avec l'isolateur à travers des pièces adaptatrices. On a placé un capteur de force triaxial entre les 2 structures afin de mesurer la force bloquée en fonctionnement qui est par la suite considérée égale à la force opérationnelle.

Le bloc de béton est considéré rigide comparé avec le sous-système actif, mais dans la réalité, une structure ne peut jamais être infiniment rigide et a toujours une certaine flexibilité. Pour être certain de l'efficacité de la mesure, on a rajouté une correction à la méthode de force

bloquée et considéré un banc hybride. Cette approche est traduite par l'équation (4.1) (M. van der Seijs, E. Pasma, D. de Klerk, D. Rixen, 2014).

$$F_3 = F_{bl} + F_{comp} = F_{bl} - (H_{33}^A)^{-1} u_3^{A_{libre}} \quad (4.1)$$

Avec  $F_{bl}$  la force bloquée mesurée directement par le capteur de force et  $F_{comp}$  la force de compensation.  $H_{33}^A$  et  $u_3^{libre}$  sont mesurées sur la partie active suspendue à l'aide de cordes élastiques. L'équation (4.1) est par la suite injectée dans (2.6) pour obtenir  $u_4$ .

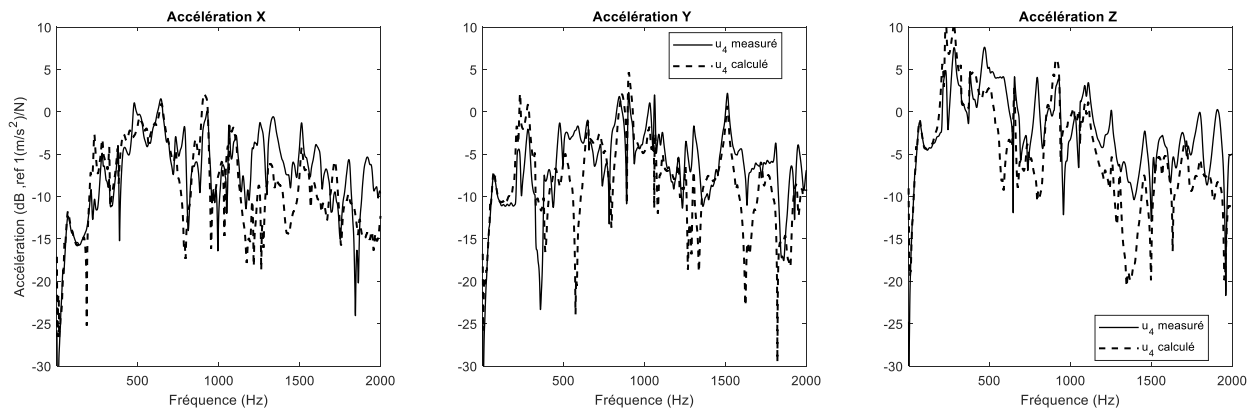


Figure 37: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de force bloquée

L'ajout de la compensation dans notre cas n'est pas nécessaire car le bloc de béton est très raide comparé avec les autres sous-systèmes, on doit toutefois appliquer la compensation lorsque la raideur du bloc est dans le même ordre de grandeur avec l'un des sous-systèmes.

La méthode de la force bloquée permet de donner une valeur approximative de la force de réaction d'une structure rigide qui subit l'excitation de la source réelle. Cette méthode ne tient compte que des caractéristiques dynamiques de la partie active et non pas du système entier, alors qu'en réalité, la dynamique de la partie passive influence la force d'interface. Lorsque la partie active est assez souple pour influencer la mesure, une correction est proposée pour tenir compte de l'effet de la raideur de ce sous-système.

#### 4.2.5. Méthode CB-TPA de la vitesse libre

Pour la méthode de vitesse libre, nous avons suspendu la partie active à l'aide de cordes élastiques. Nous avons commencé par vérifier les modes propres du système puis nous avons mesuré les différents paramètres de la méthode de vitesse libre. La réponse obtenue en appliquant l'équation (2.28) est présente dans la Figure 38.

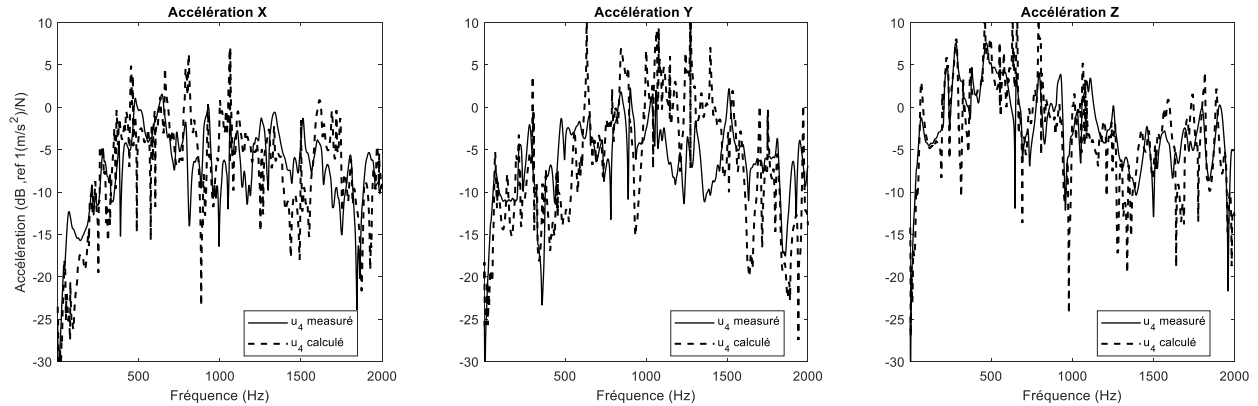


Figure 38: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de vitesse libre

Contrairement à la méthode de la force bloquée, la méthode de vitesse libre calcule les forces opérationnelles à l'aide des caractéristiques de la source sans tenir compte du comportement de la partie passive.

#### 4.2.6. Méthode CB-TPA In Situ

Pour la méthode In Situ, on garde les mêmes positions de capteurs : 12 points indicateurs sont considérés autour des chemins de transfert (voir Figure 35). Les mesures sont réalisées après avoir enlevé la partie active. L'excitation par marteau d'impact se fait directement sur la plaque au niveau des vis de fixation de l'isolateur.

L'application des équations de la méthode In Situ à l'aide de l'équation (2.27) permet d'obtenir la Figure 39.



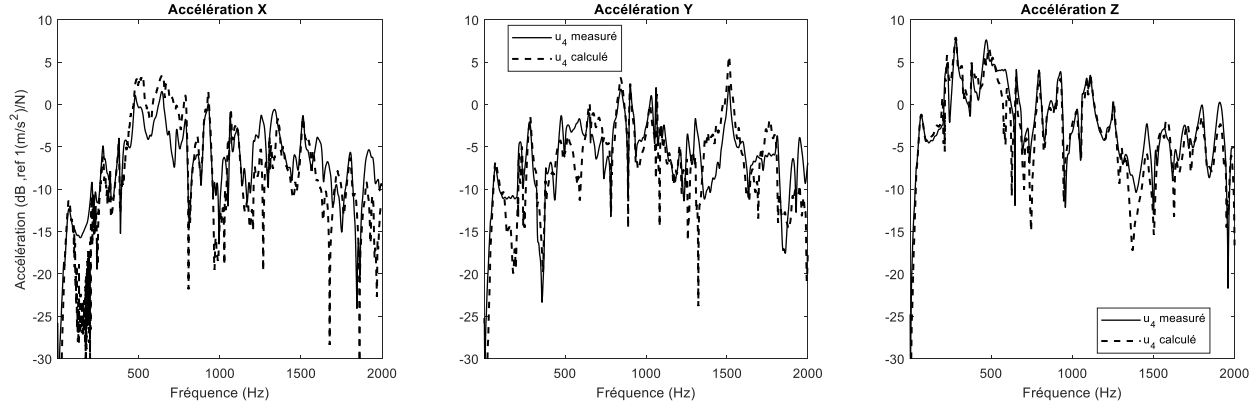


Figure 39: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ

La méthode In Situ donne les prédictions les plus proches de la réalité, surtout sur la direction correspondante à l'axe z principal de l'isolateur (perpendiculaire à la plaque) vue que la vibration est transmise principalement dans cette direction. On a donc considéré cette méthode comme méthode de référence pour laquelle on a étudié l'effet de différents paramètres.

- **Couplage entre chemins de transfert :**

Dans cette configuration, on a considéré un couplage fort entre les chemins de transfert, les FRFs au niveau des indicateurs constituent une matrice complète ( $n * m$ ) comme dans l'équation (4.2)

$$H_{\text{couplage fort}} = \begin{bmatrix} X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Avec :  $n$  le nombre total de points indicateur et  $m$  le nombre de chemins de transfert. Dans notre cas,  $n = 12$  et  $m = 4$ .

Chaque terme  $h_{ij}$  de la matrice  $H$  présente le quotient de la réponse au point indicateur  $i$  sur la force appliquée à l'interface  $j$ .

Dans l'équation (4.2),  $X$  présentent les termes non nuls  $h_{ij}$  de la matrice (ne sont pas nécessairement égaux).

Afin de simplifier le calcul, nous avons considéré un couplage faible des chemins de transfert présenté par une matrice diagonale par bloc (équation (4.3)).

$$H_{\text{couplage faible}} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & X \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Cette hypothèse nous a permis de tracer la réponse à la Figure 40.

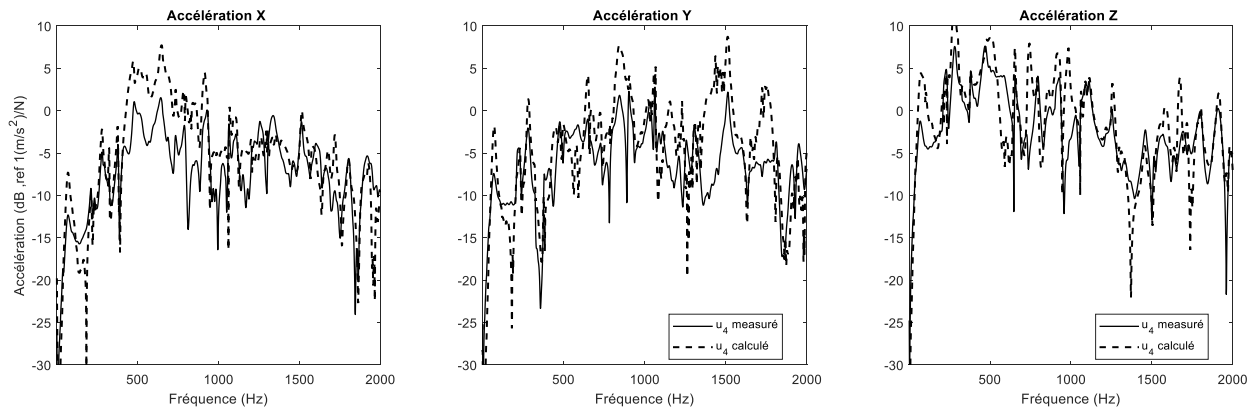


Figure 40: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ avec un couplage faible

La considération du couplage entre les chemins de transfert permet d'améliorer la prédiction de la réponse vibratoire. Selon la marge d'erreur permise, l'hypothèse de couplage faible peut être valide.

- **Nombre de points indicateurs par chemin de transfert**

L'augmentation du nombre d'indicateurs améliore la qualité de la réponse construite à travers l'approche d'inversion de matrice. Le choix du nombre d'indicateurs présente un compromis entre la complexité de la mesure et la précision de la réponse.

$$H_{\text{couplage fort 1pt}} = \begin{bmatrix} X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \\ X & X & X & X \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

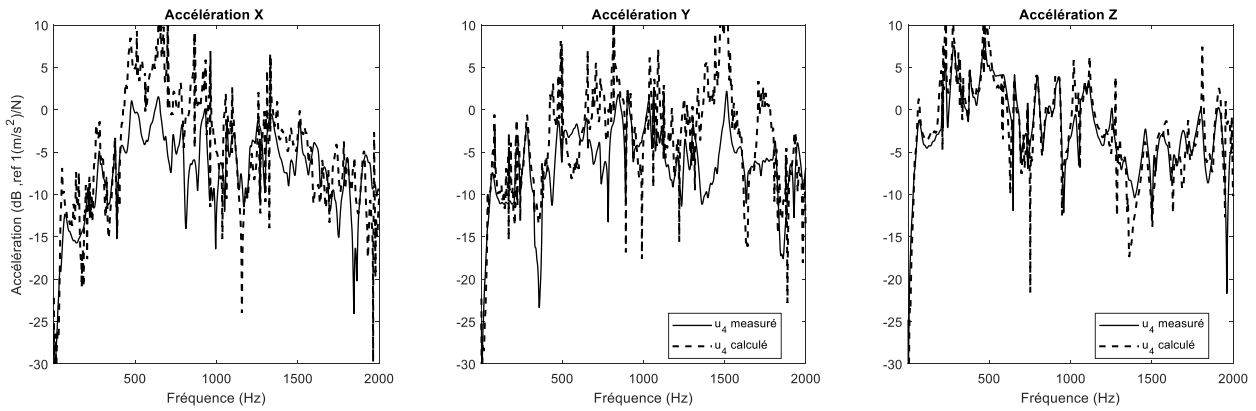


Figure 41: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ avec un nombre d'indicateur égal à 4

La Figure 41 comparée avec la Figure 39 valide le fait que l'augmentation du nombre d'indicateurs améliore la précision de la méthode In Situ (Gajdatsy et al., 2010).

La régularisation de la matrice FRF avant son inversion, joue aussi un rôle important dans la précision des courbes. En effet, dans les figures présentées, on a considéré les termes inférieurs à 1/100 du maximum de la matrice comme nuls. En absence de régularisation, les résonnances deviennent très élevées (Figure 42).

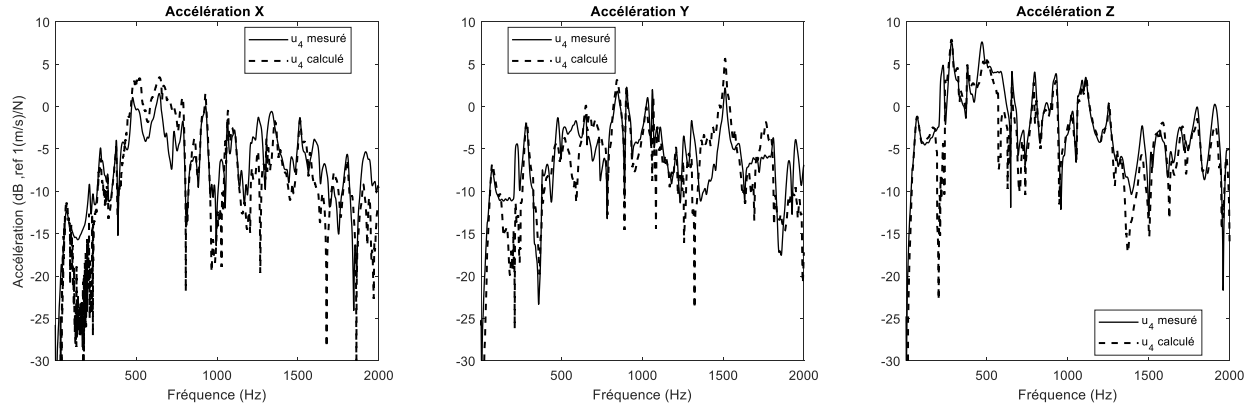


Figure 42: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ sans régularisation

#### 4.2.7. Validation pour le cas de rayonnement acoustique

La réponse acoustique traduit le rayonnement de la plaque en vibration. Pour vérifier la validité des méthodes en acoustique, nous avons placé le système sur une cavité fermée dans laquelle nous avons installé des microphones comme montré dans la Figure 43.

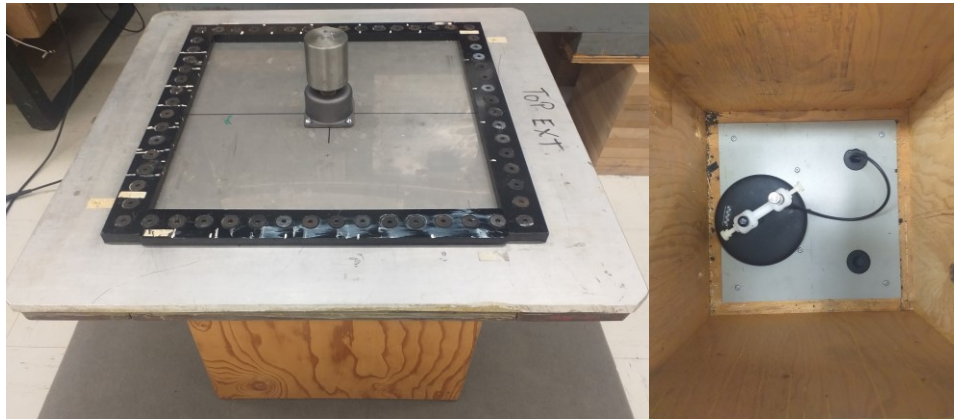


Figure 43: Montage de la mesure acoustique. À droite : Position du microphone dans la cavité

Nous avons appliqué par la suite les méthodes In Situ, raideur dynamique et force bloquée en utilisant les mêmes forces d'interfaces calculées dans les sections qui précèdent (nous avons donc négligé le couplage avec la cavité). Le résultats des 3 méthodes sont exposés dans les Figure 44, Figure 45 et Figure 46 respectivement.

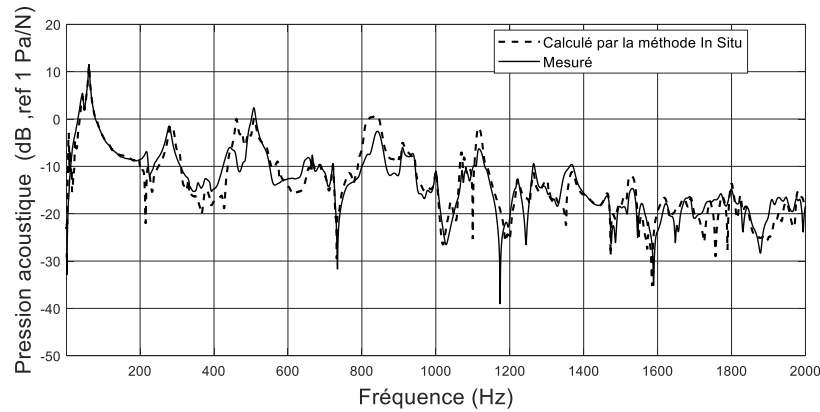


Figure 44: Réponse acoustique calculée par la méthode In Situ

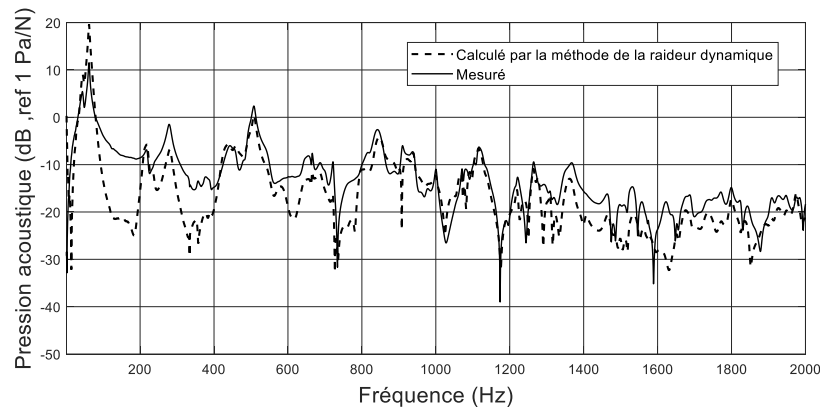


Figure 45: Réponse acoustique calculée par la méthode de raideur dynamique

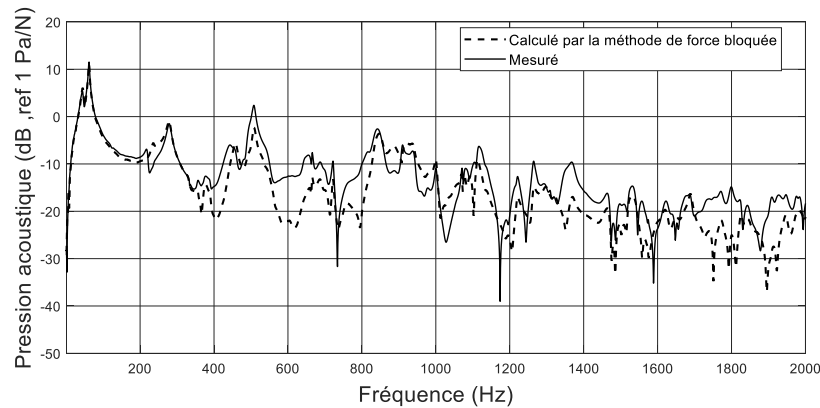


Figure 46: réponse acoustique calculée par la méthode de la force bloquée

La pression acoustique est une grandeur scalaire (unidimensionnelle). De plus, elle ne dépend que de la flexion de la plaque suivant la direction  $z$ . Le résultat obtenu par les 3 méthodes présente une bonne prédiction de la réponse acoustique. Conformément aux résultats précédents pour les cibles vibratoires suivant la direction normale, la meilleure prédiction est donnée par la méthode In Situ. Les autres méthodes CB-TPA donnent toutefois une prédiction

acceptable pour le bruit transmis à travers la structure. La méthode de force bloquée est mieux précise dans ce cas en basse fréquence qu'en haute fréquence.

### 4.3. Système 3 : Source artificielle connectée à une plaque simplement supportée

#### 4.3.1. Description du système

Ce système a été conçu par l'équipe de l'ÉTS dans le cadre du même projet (Padois T, Prenant S, Rolland V, Cherif R, Robin O, Atalla N, et al., 2019) (Prenant S, Rolland V, Padois T, Chérif R, Etchessahar M, Klop R, et al., 2019). Il se compose d'une source représentative d'une pompe hydraulique attachée à une plaque de réception. Le système est présenté à la Figure 47.

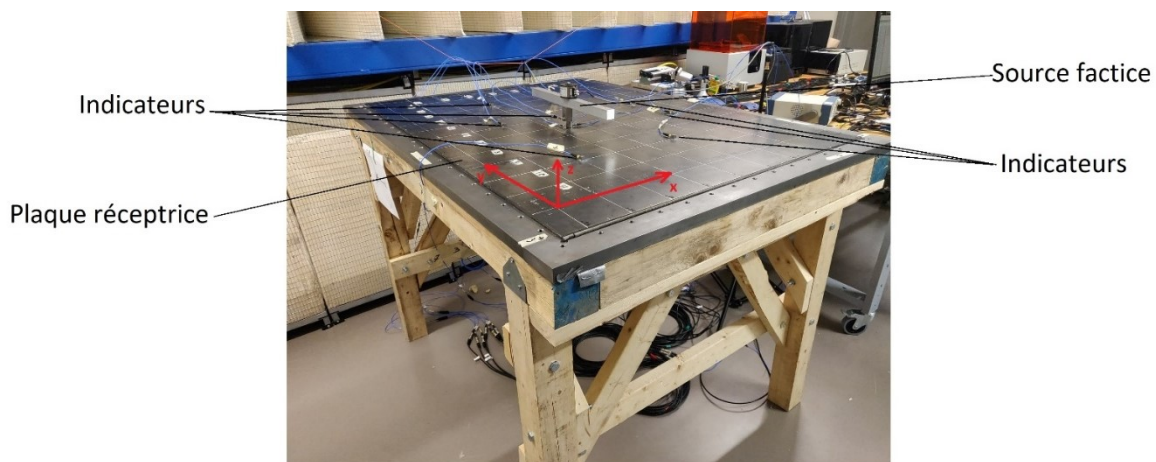
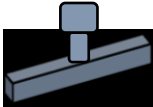
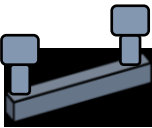
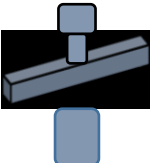
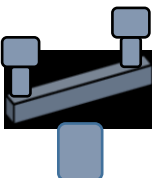


Figure 47: Système 3 : Source artificielle

Il est composé de :

- Partie passive : une plaque de dimensions 965 x 1379 mm simplement supportée sur ses bords, sur un cadre rigide en acier, installée sur une table en bois.
- Partie active : Deux modèles de sources artificielles (dummy) ont été testés, qui sont montées sur la plaque avec et sans l'isolateur étudié (isolateur de type (a) de la Figure 19). Les 4 configurations de la source sont présentées dans le Tableau 4.

Tableau 4: Sources de vibration artificielles

	1 excitateur inertiel	2 excitateurs en opposition de phase
Sans isolateur	 1 chemin de transfert	 1 chemin de transfert
Avec isolateur	 4 chemins de transfert	 4 chemins de transfert

L'isolateur est monté sur la plaque de réception par 4 vis/écrous de la même façon qu'avec le système académique 2.

Les excitateurs génèrent une excitation tonale représentant des régimes moteurs de la pompe réelle. Pour ce projet, on a testé plusieurs fréquences allant de 100 à 2000 Hz. Dans la suite, on ne présentera les résultats que pour deux fréquences : 400 et 800 Hz choisies arbitrairement.

#### 4.3.2. Méthode de raideur dynamique

Cette méthode est utilisée en présence de l'isolateur (isolateur de type (a) de la Figure 19). On a installé le système couplé et placé un accéléromètre triaxial de chaque côté de l'isolateur. La différence d'accélération en état de marche a permis de calculer la force opérationnelle à ce niveau. Ensuite, un troisième isolateur triaxial est placé au point 8 de la plaque (voir Figure 52) afin de mesurer la FRF  $H_{34}^{AB}$  à l'aide d'un marteau d'impact. Finalement, la réponse vibratoire est calculée sur le point 8 de la plaque.

La Figure 48 et la Figure 49 représentent les réponses obtenues avec la configuration d'un seul actionneur et en utilisant une matrice de raideur  $[K]$  complète.

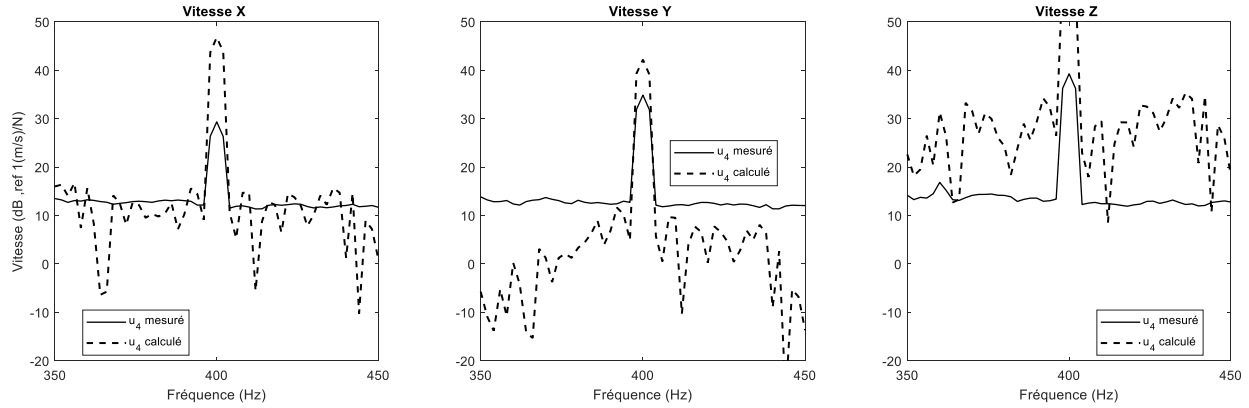


Figure 48: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 400 Hz (1 actionneur)

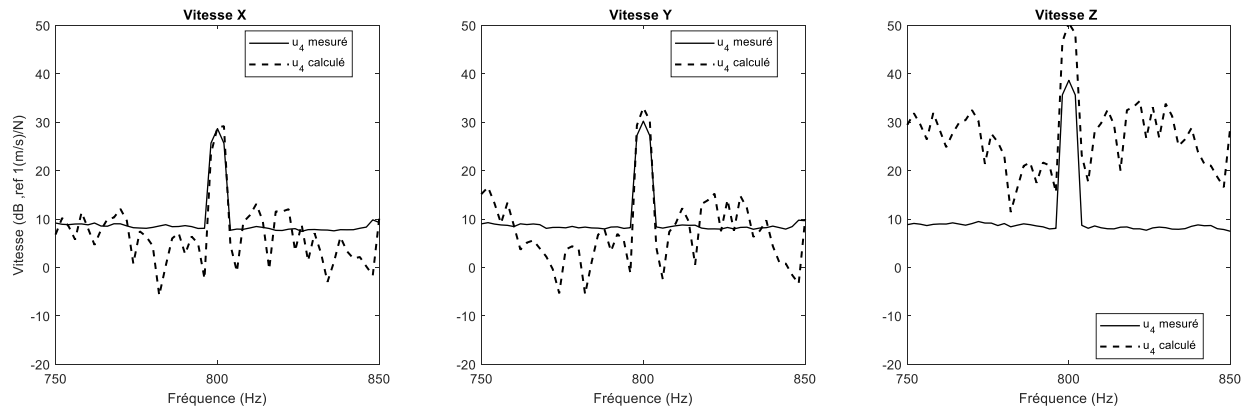


Figure 49: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 800 Hz (1 actionneur)

Nous avons appliqué des excitations tonales représentatives des régimes moteurs de la pompe hydraulique. Les comparaisons doivent donc être limitées à la fréquence de fonctionnement. Pour la même source et avec les mêmes conditions de fonctionnement et de calcul, deux fréquences différentes peuvent donner des prédictions. Ce résultat peut être dû à la précision de la mesure de raideur dynamique triaxiale et au nombre d'accéléromètres mis en évidence. En effet, dans cette mesure, on a installé un seul accéléromètre triaxial de chaque côté de l'isolateur.

La Figure 50 et la Figure 51 représentent les réponses obtenues avec la configuration de deux actionneurs et en utilisant une matrice de raideur  $[K]$  complète.



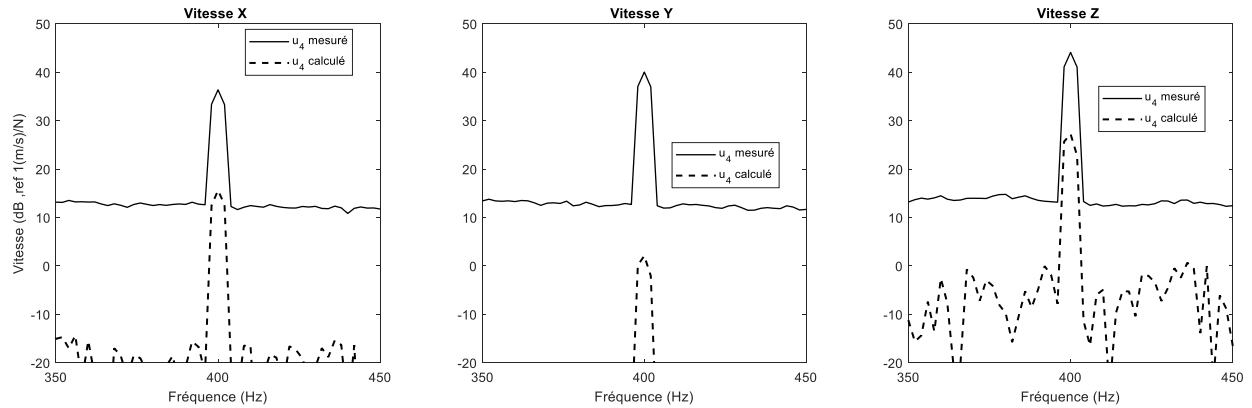


Figure 50: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 400 Hz (2 actionneurs)

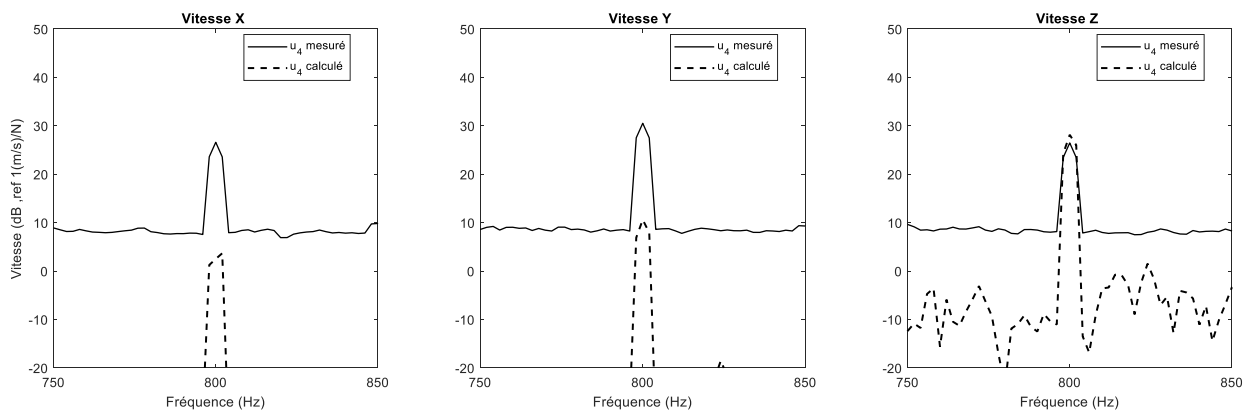


Figure 51: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode de raideur pour 800 Hz (2 actionneurs)

Pour les 2 cas de tests étudiés, on n'arrive pas à capter précisément les réponses au point cible pour toutes les fréquences. Certains régimes sont plus prédictibles que d'autres. Le cas de deux actionneurs agissant ensemble comme source de vibration peut créer des vibrations rotationnelles. Dans notre étude, on ne tient compte que des termes de translation dans la matrice de raideur et on néglige la rotation et ses couplages. Cette raison peut être la principale source d'erreur dans cette configuration.

#### 4.3.3. Méthode inverse et In Situ

Pour ces méthodes, nous avons choisi 7 points indicateurs arbitraires distribués sur la plaque et un point cible pour y étudier la transmission de vibration. Les positions des points sont montrées dans la Figure 52.

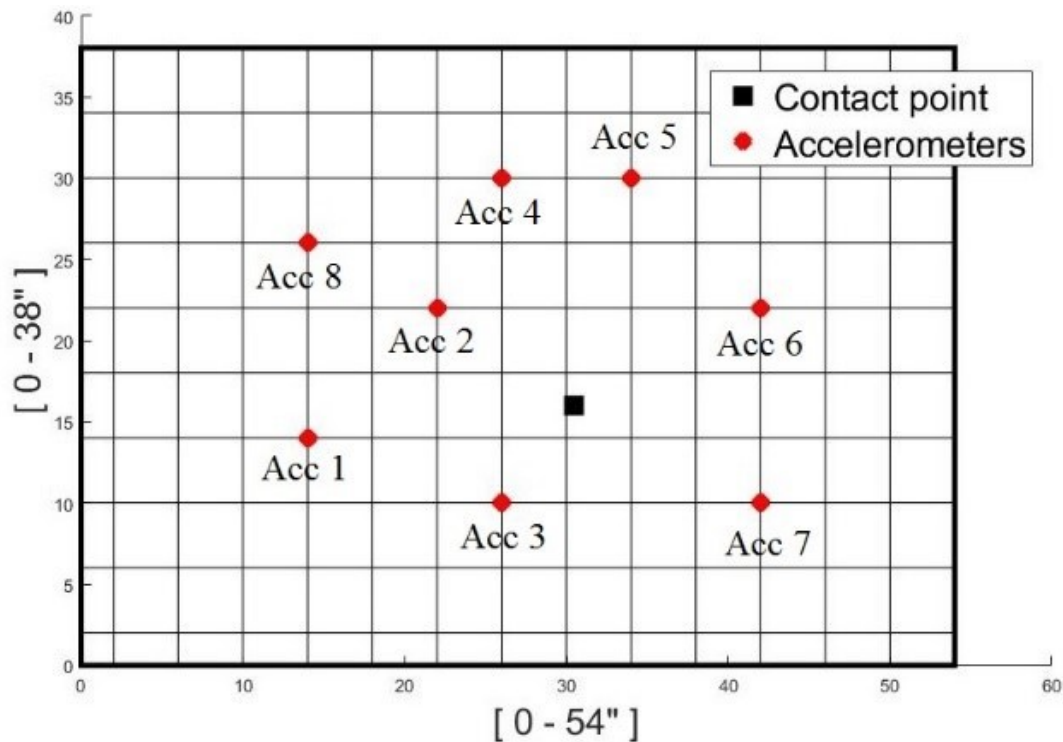


Figure 52: Position des capteurs et emplacement de la source

Dans la Figure 52, les points Acc 1 à 7 représentent les positions des points indicateurs. Le point Acc 8 représente le point cible étudié.

La Figure 53 et la Figure 54 représentent les réponses obtenues par la méthode In Situ avec la configuration d'un actionneur sans isolateur. Afin d'améliorer la qualité de prédiction, nous avons considéré dans l'équation (2.27) une matrice  $H^B$  diagonale par bloc, elle présente le couplage entre les points de mesure et les chemins de transfert mais néglige le couplage entre les directions de l'espace. Le critère de régularisation est toujours le même : les termes inférieurs à 1/100 du maximum de la matrice sont supposés nuls.

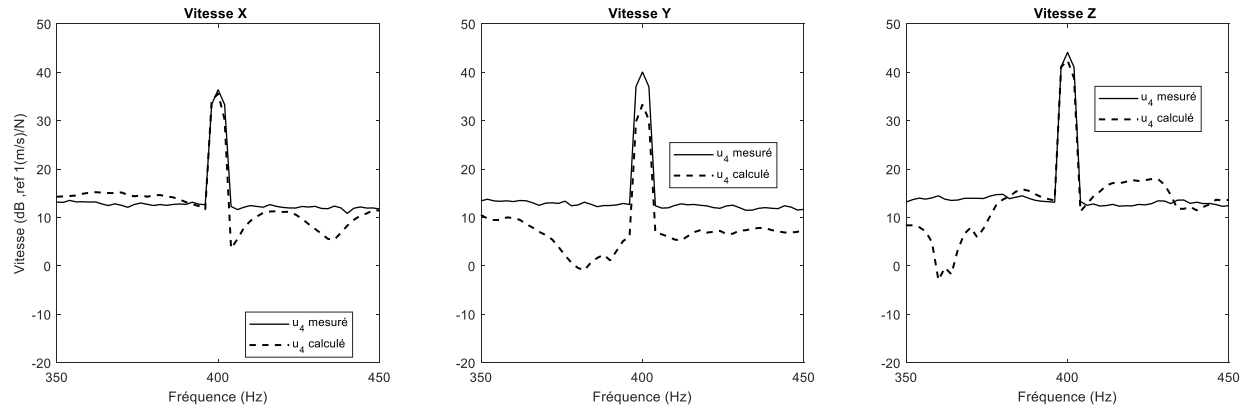


Figure 53: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ pour 400 Hz (1 actionneurs sans isolateur)

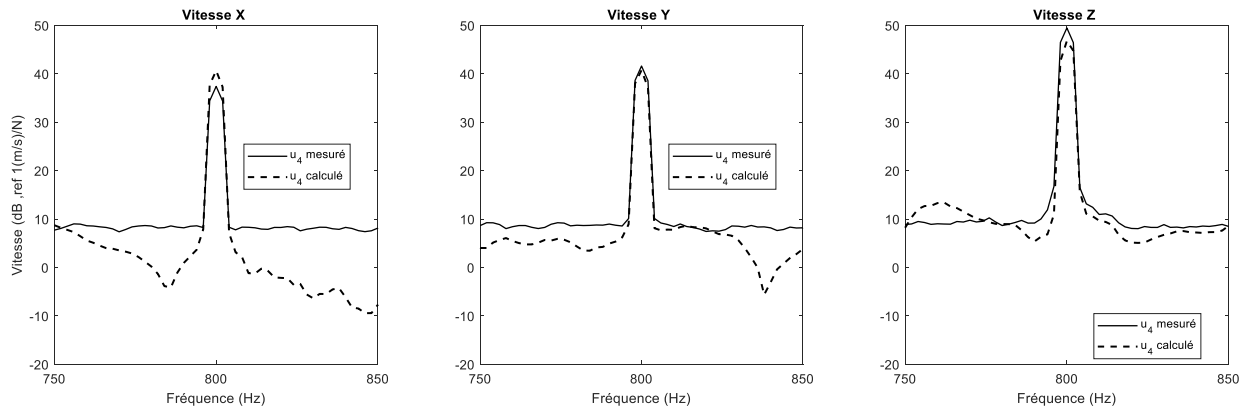


Figure 54: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode In Situ pour 800 Hz (1 actionneurs sans isolateur)

Cette méthode capte bien les réponses aux deux fréquences étudiées pour cette configuration, elle est toujours considérée comme méthode de référence. En effet, elle tient compte du système entier couplé donc des caractéristiques dynamiques de tous les composants et du couplage entre eux.

La Figure 55 et la Figure 56 représentent les réponses obtenues par la méthode inverse avec la configuration d'un actionneur sans isolateur.

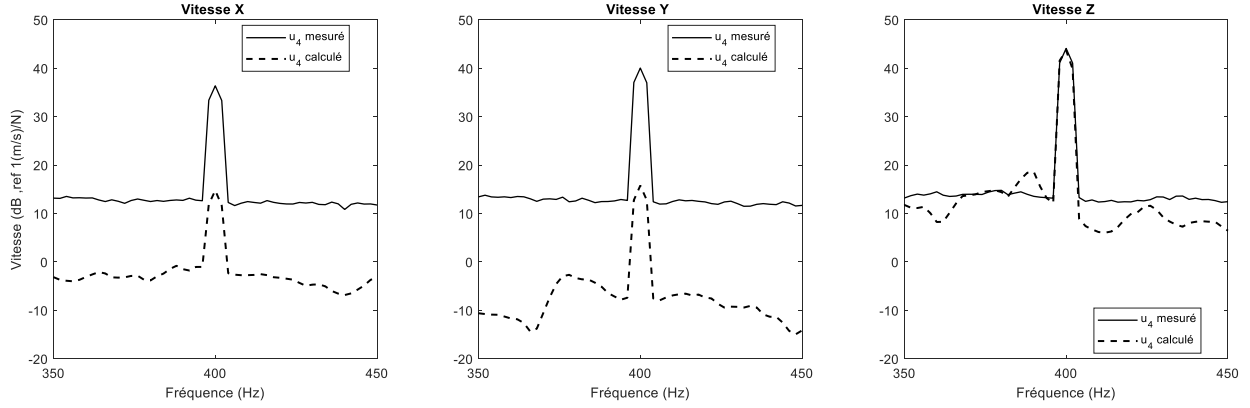


Figure 55: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode inverse pour 400 Hz (1 actionneurs sans isolateur)

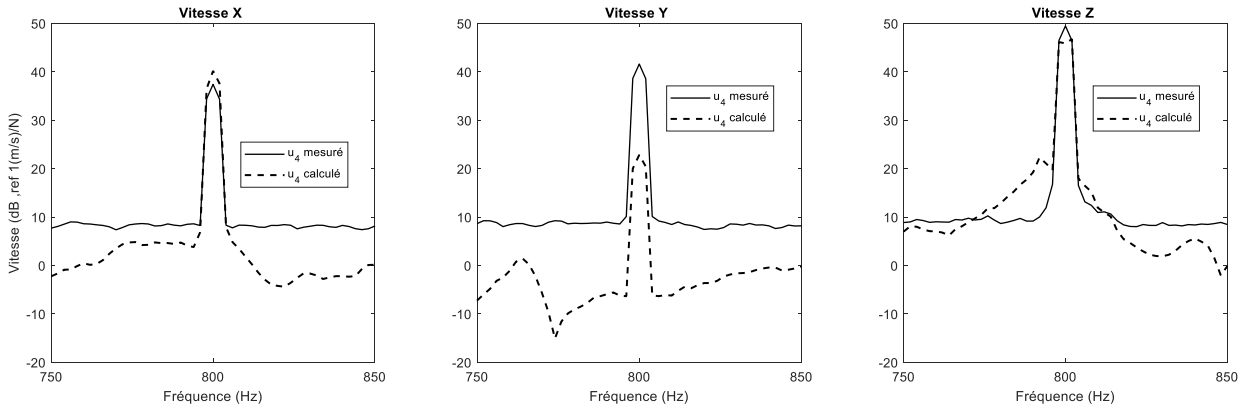


Figure 56: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode inverse pour 800 Hz (1 actionneurs sans isolateur)

La méthode inverse, quant à elle, elle capte des fréquences mieux que d'autres. La réponse en z (l'axe principal de l'isolateur) est toujours la mieux prédite. La différence de prédiction entre les directions est dû au fait que les termes de couplage des directions sont plus importants que les termes diagonaux. En effet, la matrice considérée est diagonale par bloc, tenant compte du couplage entre les points indicateurs et entre les chemins de transfert mais pas du couplage entre directions de l'espace. Pour améliorer ces résultats, il faut considérer les 3 couplages.

#### 4.3.4. Méthode CB-TPA de la vitesse libre

Pour la méthode de vitesse libre, on a suspendu la partie active à travers des cordes élastiques (voir Figure 57). On a mesuré les paramètres de la méthode de vitesse libre :  $u_2^{libre}$  et  $H_{22}^A$

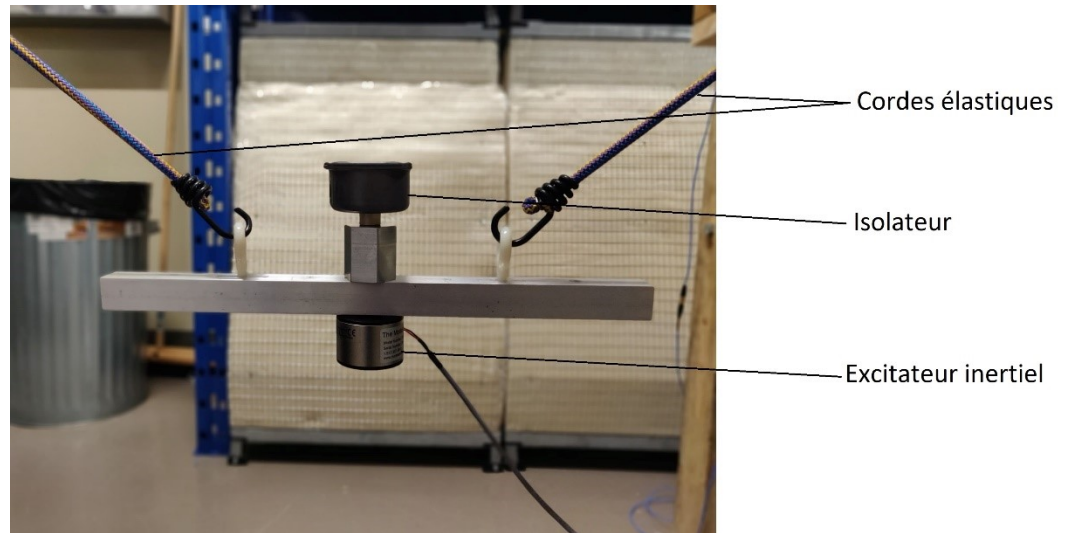


Figure 57: Suspension de la source

La Figure 58 et la Figure 59 représentent les réponses obtenues par la méthode de vitesse libre avec la configuration d'un actionneur sans et avec isolateur, respectivement.

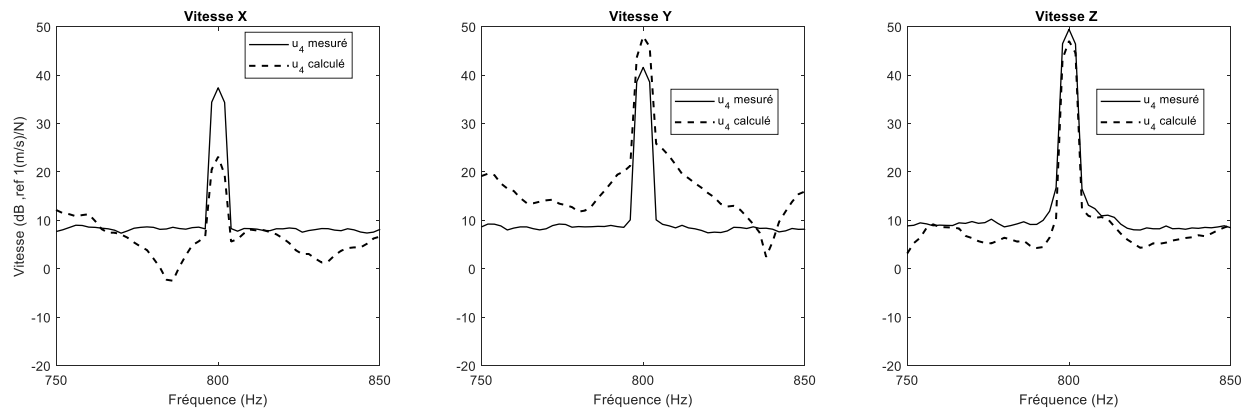


Figure 58: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode des vitesses libres pour 800 Hz (1 actionneur sans isolateur)

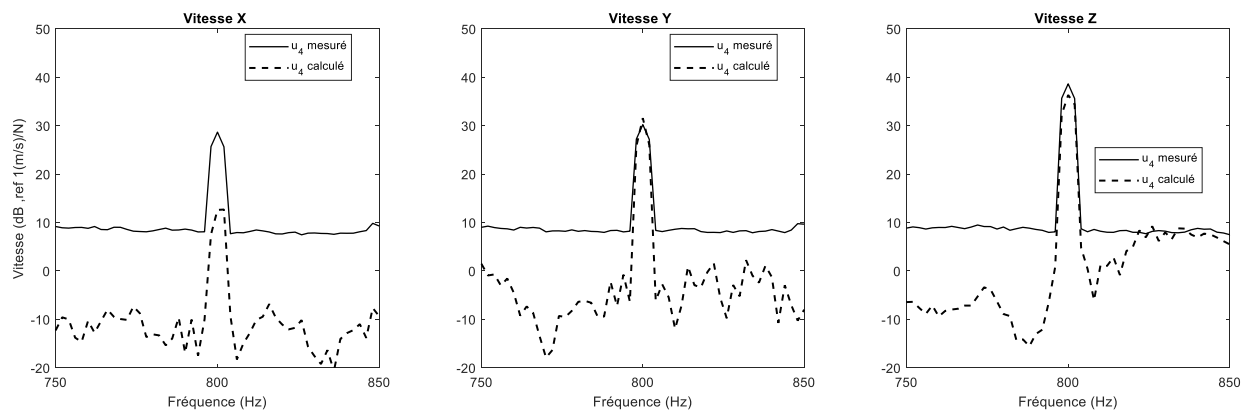


Figure 59: Réponse vibratoire du point cible calculée par la méthode des vitesses libres pour 800 Hz (1 actionneur avec isolateur)

La méthode des vitesses libres a montré une bonne prédiction pour cette fréquence. Elle prédit mieux un système rigide (qui ne comprend pas d'isolateur souple) dans la plupart des fréquences.

Par manque de temps, on n'a pas pu traiter tous les résultats de ce modèle académique. Une étude complète est en cours par d'autres membres de l'équipe du projet.

#### 4.4. Conclusion

Dans cette partie du projet, on a pu valider les mesures de la matrice des raideurs dynamiques des isolateurs utilisés dans les systèmes académiques étudiés. Ceci a été validé pour une direction unique ainsi que pour les 3 directions de translation. Les hypothèses de simplification des matrices de raideur dynamique sont validées à travers les résultats finaux de prédiction de la transmission de vibration allant de la partie active vers la partie passive en passant par l'isolateur.

Quant aux méthodes CB-TPA, on a arrivé à trouver des prédictions des vibrations transmises à travers toutes les méthodes utilisée mais avec des marges d'erreur variables :

La méthode de force bloquée a donné de meilleurs résultats sur les basses fréquences et lorsque le bloc d'acier est supposé infiniment rigide, cette hypothèse n'est pas valide en haute fréquence. La méthode de vitesse libre donne de meilleurs résultats en basses fréquence, car la réponse de la structure suspendue est mieux prédictible au-dessus de ses modes de corps rigide, en plus, on ne tient pas compte des forces de réaction de la partie passive lorsque le système soit couplé.

La comparaison entre les méthodes TPA classique et basée sur les composantes montre qu'on est capable de retrouver les meilleurs résultats en utilisant la méthode In Situ. Cette méthode nécessite aussi des corrections tels que la régularisation de ses termes, l'augmentation du nombre de points indicateurs... Les méthodes CB-TPA donnent quant à eux une prédiction acceptable selon la précision voulue, permettant de connaître le niveau des vibrations transmises.

Les approches TPA sont très utilisées dans les modèles de reconstruction de la réponse vibratoire ou acoustique. Elles permettent de donner une prédiction plus ou moins précise dans de nombreux cas de test. Mais ils présentent certainement des erreurs provenant de plusieurs sources :

- Erreurs numériques dues aux opérations matricielles
- Erreurs expérimentales (bruit aux capteurs, précision des positions lors du déplacement des capteurs, répétabilité de l'excitation manuelle...)
- Flexibilité du banc de test lors des mesures de force bloquée ou de raideur dynamique
- Validité des hypothèses de calcul...

Plusieurs simplifications peuvent être considérées pour la reconstruction de la réponse vibratoire

- Selon les caractéristiques de l'isolateur :
  - Couplage des directions
  - Négligence de certaines directions par rapport aux autres
- Selon les chemins de transfert :
  - Couplage fort entre les chemins
  - Couplage faible
  - Nombre d'indicateurs pris en compte

Ces simplifications, bien qu'elles soient valides dans certains montages, peuvent causer des sources d'erreur et des incertitudes énormes dans la reconstruction de la réponse. Leur utilisation nécessite une bonne connaissance du système et de ses composantes ainsi que du fonctionnement opérationnel.

# CHAPITRE 5

## Conclusion générale

### 5.1. Conclusion

À travers ce projet, nous avons pu caractériser expérimentalement des isolateurs industriels de vibration et nous avons discuté les différents paramètres qui influencent la mesure au laboratoire ainsi que le calcul des caractéristiques dynamiques.

La méthode de la raideur, validée auparavant pour les mesures unidirectionnelles, a montré une bonne corrélation en 3 dimensions. Nous avons posé des hypothèses de simplification sur les matrices de raideur dynamique permettant de réduire le calcul en négligeant certains termes, ces hypothèses sont basées initialement sur les ordres de grandeur de ces termes qui présentent, dans certains cas, une grande variation. Les termes de la direction principale de l'isolateur sont souvent plus importants que le reste de la matrice.

Les hypothèses proposées dans la première partie ont été validées par les applications académiques utilisant la méthode TPA basée sur la raideur dynamique. En effet, nous avons validé les mesures obtenues en laboratoire par trois applications sur des cas de test académiques développés en laboratoire, permettant d'introduire les données de caractérisation des isolateurs. Ces applications ont montré que l'hypothèse de négliger des termes de la matrice sont valides lorsque la différence avec les autres termes est très grande.

Nous avons appliqué par la suite d'autres catégories de TPA qui nous ont permis de les comparer en termes de prédiction de la transmission vibratoire. Ces catégories ne tiennent pas compte des caractéristiques dynamiques des liens mécaniques, mais plutôt des caractéristiques des sous-systèmes étudiés : partie active et partie passive.



## 5.2. Perspectives :

Des études de répétabilité doivent être effectuées afin de valider ou améliorer les résultats de mesure présentés dans ce projet. Ces études n'ont pas été faites pour le système académique 3 pour manque de temps.

D'autres paramètres peuvent être investigués lors de la caractérisation des isolateurs de vibration, tel que l'introduction des degrés de liberté en rotation qui rend le calcul plus compliqué et les matrices plus volumineuses, mais permettrait d'améliorer la qualité des résultats(Helderweirt, Bregant et Casagrande, 2001). L'étude des conditions environnementales est également importante dans les cas où l'isolateur est fortement sensible aux variations de conditions climatiques et dans des conditions environnementales variables.

En ce qui concerne les méthodes d'analyse du chemin de transfert, il y a lieu de mentionner d'autres familles de méthodes qui peuvent être introduites dépendamment du système étudié, telles que la famille des TPA opérationnelles.

## LISTE DES RÉFÉRENCES

- Campolina, B. A., Atalla, A. N., Dauchez, N. et Neple, P. (2012b). Four-pole modelling of vibration isolators: Application to SEA of aircraft double-wall panels subjected to mechanical excitation. *Noise Control Engineering Journal*, 60(2), 158–170.
- Campolina, B., Atalla, N., Dauchez, N. et Neple, P. (2012). Four-pole modelling of vibration isolators: Application to SEA of aircraft double-wall panels subjected to mechanical excitation. *Noise Control Engineering Journal*, 60(2), 158. doi:10.3397/1.3688316
- Cherif, R., Wareing, A. et Atalla, N. (2017). Evaluation of a hybrid TMM-SEA method for prediction of sound transmission loss through mechanically coupled aircraft double-walls. *Applied Acoustics*, 117, 132-140. doi:10.1016/j.apacoust.2016.11.002
- Ewing, D. M. (2013). Evaluation of Loss Factor Estimation Techniques For Free Hanging Flat Panels Excited Mechanically, 203.
- Gajdatsy, P., Janssens, K., Desmet, W. et Van der Auweraer, H. (2010). Application of the transmissibility concept in transfer path analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(7), 1963-1976. doi:10.1016/j.ymssp.2010.05.008
- Gibbs, B. M., Cookson, R. et Qi, N. (2008). Vibration activity and mobility of structure-borne sound sources by a reception plate method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(6), 4199–4209.
- Helderweirt, S., Bregant, L. et Casagrande, D. (2001). APPLICATION OF ACCELEROMETER-BASED ROTATIONAL DEGREE OF FREEDOM MEASUREMENTS FOR ENGINE SUBFRAME MODELLING, 7.
- Hidalgo, I. L., Nabarrete, A. et Santos, M. (2011). Structura-borne transmissibility evaluation through modeling and analysis of aircraft vibration dampers. *Journal of Aerospace Technology and Management*, 3(2), 147-158. doi:10.5028/jatm.2011.03021611
- Klerk, D. D., Rixen, D. J. et Voormeeren, S. N. (2008). General Framework for Dynamic Substructuring: History, Review and Classification of Techniques. *AIAA Journal*, 46(5), 1169-1181. doi:10.2514/1.33274
- Lai, H. K., Moorhouse, A. et Gibbs, B. (2016). Experimental round-robin evaluation of structure-borne sound source force-power test methods. *Noise Control Engineering Journal*, 64(2), 170–180.
- Lai, H. Y. (2011). An Integrated Reception-Plate Inverse-Force Structure-Borne Noise (SBN) Source Characterization Test Method. *Acoustics Society of America*, 161.
- Lai, H. Y. (2012). *Integrated reception-plate inverse-force test method for commercial airplane equipment structure-borne noise specification and qualification*. Communication présentée au INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings (vol. 2012, p. 8469–8478).

Lohrmann, M. (2008). Operational transfer path analysis: Comparison with conventional methods. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5), 3534-3534. doi:10.1121/1.2934496

M. van der Seijs, E. Pasma, D. de Klerk, D. Rixen. (2014). A robust Transfer Path Analysis method for steering gear vibrations on a test bench, 14.

Padois T, Prenant S, Rolland V, Cherif R, Robin O, Atalla N, et al. (2019). Comparison of the reception plate method and the inverse force method for assessing the power of a dummy vibratory source.

Pointel, V. (2013). *Caractérisation expérimentale de la transmission acoustique de structures aéronautiques*. (mémoire de maitrise). Université de sherbrooke.

Prenant S, Rolland V, Padois T, Chérif R, Etchessahar M, Klop R, et al. (2019). Using transfer path analysis methods for assessing the velocity response on a plate generated by a dummy vibratory source.

Putra, A., Saari, N. F., Bakri, H., Ramlan, R. et Dan, R. M. (2013). Characterisation of Structure-Borne Sound Source Using Reception Plate Method. *The Scientific World Journal*, 2013, 1-9. doi:10.1155/2013/742853

Spence, C., Michel, C. et Smith, B. (2014). Airplane noise and the taste of umami. *Flavour*, 3(1), 2. doi:10.1186/2044-7248-3-2

Thite, A. N. et Thompson, D. J. (2003). The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. Part 2: Use of regularization techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 264(2), 433-451. doi:10.1016/S0022-460X(02)01203-8

Thompson, D. J., van Vliet, W. J. et Verheij, J. W. (1998). DEVELOPMENTS OF THE INDIRECT METHOD FOR MEASURING THE HIGH FREQUENCY DYNAMIC STIFFNESS OF RESILIENT ELEMENTS. *Journal of Sound and Vibration*, 213(1), 169-188. doi:10.1006/jsvi.1998.1492

van der Seijs, M. V., de Klerk, D. et Rixen, D. J. (2016). General framework for transfer path analysis: History, theory and classification of techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 68-69, 217-244. doi:10.1016/j.ymssp.2015.08.004

Waard, S. J. de. (2009). *Nederlands: Europort 2009*. Repéré à [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Vibration\\_isolator\\_\(2\).JPG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Vibration_isolator_(2).JPG)

Weisbeck, J. N. (2008). *Key considerations for the successful specification and design of aircraft interior noise isolators*. Communication présentée au INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings (vol. 2008, p. 191–196).

Wiskin, J. W., Borup, D. T. et Johnson, S. A. (1998). Fast and accurate 3D acoustic propagation and inversion in layered media environments. *Canadian Acoustics*, 26(3), 38–39.

Zmijevski, T., Weisbeck, J. et Sanetick, R. (2009). *Structureborne noise control of oscillating pumps*. Communication présentée au INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings (vol. 2009, p. 1259–1267).